



TITLE:

機械化土工における工程計画最適
化手法の開発と応用(
Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

荒井, 克彦

CITATION:

荒井, 克彦. 機械化土工における工程計画最適化手法の開発と応用. 京都大学, 1975, 工学博士

ISSUE DATE:

1975-11-25

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r2916>

RIGHT:

機械化土工における
工程計画最適化手法の開発と応用

昭和50年6月

荒井克彦

機械化土工における 工程計画最適化手法の開発と応用

昭和50年6月

荒井克彦

序 言

建設工事の大型化・複雑化に伴い、施工計画や管理の合理化が重要な課題とされてきた。大規模な建設工事の施工に関する意思決定を行う際には、きわめて大量の情報を短時間の間に処理する必要がある。施工管理経験の個人的蓄積に基づく判断と手作業に主に依存している従来の施工計画・管理手法だけでは時間的に限界があり、適切な意思決定のために必要な情報を処理しきれない場合も少なくないと考えられる。このため、施工計画・管理の段階で、経験ある技術者の判断を有効に活用しにくくなり、各建設工事に対して最も適切な施工を行ったかどうかの評価が十分には明確でない場合も多いと推察される。施工計画や管理の合理化における基本的目標は、技術者がより適切な意思決定を行うために必要な判断資料を合理的な根拠に基づいて迅速に提供する手法体系を得ることであるといえる。その1つが、最適性の定量的な評価に基づいて意思決定を行う方法である。

施工計画や管理に関する意思決定を行う際には、現実存在する種々の制約条件を考慮したうえで、ある目的（評価基準）を最もよく満足する解をみいだすことが試みられるであろう。この制約条件と評価基準を明確に把握することにより、施工計画や管理の合理化の手がかりを得ることが期待できる。上述のような意思決定問題は一般に最適化問題として数学的に定式化される。本研究の目的は、工程計画・管理における意思決定問題を最適化問題として定式化することにより、施工計画や管理の合理化に関する指針を探ることである。

機械化土工工事を主対象とする検討を通じて、本論文では「工程計画最適化手法 (Scheduling Optimization Technique ; SOT)」と称する新たな工程計画・管理手法を開発した。SOTは基本的なデータを準備するだけで、意思決定のための判断資料を最適性の定量的な評価に基づいて提供する手法である。この論文は、SOTの内容を紹介するとともに、SOTの実用性を明らかにしたものである。また、SOTを通じた工程計画、費用の見積り、工程管理の有機的な関連が示される。SOTが今後広範に利用されることにより、施工計画や管理の合理化の進展に寄与することを期待する。

昭和 50 年 6 月

荒 井 克 彦

総 目 次

序 論	1
第Ⅰ編 工程計画最適化手法 (SOT) の開発	
第1章 工程計画最適化問題の定式化	10
第2章 こう配法による工程計画の最適化	33
第3章 共役こう配法による工程計画の最適化	52
第4章 土工機械の組合わせ利用に関する基礎的考察	67
第5章 工程管理における SOT の利用	97
第Ⅱ編 工程計画最適化手法 (SOT) の応用	
第6章 SOT の応用に伴う現実的問題の解決方法	111
第7章 工程計画管理システムの設計	120
第8章 ロックフィルダム工事に対する SOT の適用	125
第9章 宅地造成工事に対する SOT の適用	140
結 論	169
謝 辞	173
参考文献	174

(1) 本論文の目的

近年，次のような理由から施工計画や管理の合理化が重要な課題とされている。

i) 建設工事の大型化および複雑化のために，施工計画や管理作業の内容が繁雑になり，作業量も膨大になっている。

ii) 施工中の公害問題や建設材料の入手難などに代表されるように，施工に影響を及ぼす制約条件が多面的になっており，施工計画や管理に関する高度な意思決定が要求されている。

iii) 工事件数や施工計画・管理作業量の増加のために，たとえば建設業における各企業全体としての計画・管理の内容が複雑化している。

施工計画や管理に関する意思決定を行う際には，現実存在する種々の制約条件を考慮したうえで，各工事における目的（評価基準）を最もよく満足する解をみいだすことが試みられるであろう。以上に挙げたような理由から，このような合理的な意思決定を行うには，きわめて大量の情報を短時間の間に限られた人員で処理しなければならない。施工管理経験の個人的蓄積に基づく判断と手作業に主に依存している従来の施工計画・管理手法だけでは時間的に限界があり，適切な意思決定のために必要な情報を処理しきれない場合も少なくないと考えられる。このため，経験豊富な技術者の判断を有効に活用しにくくなり，各々の建設工事に対して最も適切な施工を行ったかどうかの評価が十分には明確でない場合も多いと推察される。大規模かつ複雑な建設工事の施工に対しても，技術者がより適切な意思決定を行うために必要な判断資料を，合理的な根拠に基づいて迅速に提供する手法体系を確立することが求められているといえる。その1つが，最適性の定量的な評価に基づいて意思決定を行う方法である。

従来，電子計算機の導入による施工計画や管理の合理化が試みられているが，施工の最適性の評価に関する研究については必ずしも顕著な進展がみられていないように思われる。その原因の1つとして，現時点までの電子計算機の導入においては，多くの場合，従来の施工計画・管理手法がそのまま踏襲され，計算や筆記などの単純作業だけを電子計算機に置き換えることが試みられてきたことが挙げられる。従来の施工計画・管理手法は意思決定の大部分を技術者の施工管理経験の個人的蓄積に基づく判断に依存し，しかも手作業を前提として最も効率よく発展してきた手法である。従来の手法においては，常に技術者の判断と修正（結果に対する小規模なフィードバック）を加えながら作業を進めて最終結果

に到達するという手続きがとられる。電子計算機を利用する際には、作業途中で技術者の判断と修正を加えるという操作が行いにくいために、従来の施工計画・管理手法をそのまま自動化する試みが必ずしも成功しなかったと考えられる。そこで本論文では、従来の手法にとらわれずに、電子計算機の利用を前提として（計算・筆記の手間を無視して）、施工計画・管理における意思決定のあり方を基本的に検討しなおすことを試みている。

種々の制約条件のもとで、ある目的を最もよく満たす解を求める問題は一般に最適化問題として数学的に定式化される。最適化問題は等式や不等式で与えられる制約条件のもとで、評価基準を表わす目的関数を最小にする決定変数の解（最適解）を求める極値問題である。本論文の目的は、建設工事施工の工程計画および工程管理における意思決定問題を最適化問題として数学的に定式化し、施工計画や管理の合理化に関する指針を探ることである。実際の施工計画や管理で考慮すべき制約条件と評価基準を数式で定量的に表現することにより、合理的な意思決定を行う手がかりを得ることが期待できる。最適化の対象や考え方については次節で詳述する。また、ここでの合理化は「意思決定における定量的評価の導入」を意味する。

施工計画や管理の意思決定における制約条件や評価基準が多面的なものであるために、施工現象を表わす一般的な数式モデルを得ることが従来は困難であった。たとえば、PERT・CPMなどの従来のネットワーク手法だけでは、施工の多面的な要素を数学的に表現しにくいことから、工程計画・管理の最適性を定量的に評価することが困難場合も少なくないと考えられる。このような欠点を補うために、施工現象を数学的に表現するモデルを開発し、施工計画や管理の意思決定に関する基礎的な表現手段を提供することが本研究の最も基本的な意図である。

(2) SOTによる施工計画と管理の最適化

a) 最適化の範囲と立場

従来は部分的最適化の立場で施工計画や管理の合理化に関する検討を行っている研究が多いようである。施工計画・管理における当面の問題に対処するためには、できるだけ全体的最適化を試みる必要がある。たとえば、施工機種の選定に際しても、作業数量当り単価を最小にするなどの部分的最適化だけでなく、工事・工期全体を通じた最適性の評価を行う方が現実的である。ただし、最適化の範囲を拡大することは際限がないので、ここでは対象を1つの建設プロジェクト全体とする。

最適化問題において考慮しうる要素は数式で表わされるもの、すなわち定量的に評価しうる要素だけである。施工計画や管理の意思決定問題においては、定量的に評価しえない

要素も当然存在するであろうが、これらの要素は最適化問題において直接考慮することができない。ここでは、定量的に評価しうる要素について最適化計算を行い、その他の要素については経験ある技術者の判断に委ねることとする。そして技術者が適切な意思決定を行うために必要な判断資料を提供するという立場にとどまることとする。

実際の施工計画や管理においては、建設プロジェクトに参画する立場の相違などにより、種々のタイプ・レベルの問題が存在する。たとえばネットワーク手法の適用の際に説明されるように、工程計画作業はプランニング (Planning)、スケジューリング (Scheduling) などのいくつかの段階に分けられる。しかし、著者の基本的意図は施工現象を数学的に表現する手段を得ることなので、当面は上述のような現実的問題に考慮を払わないでおく。ここでは、1つの建設プロジェクト全体に対して、比較的詳細な施工計画を作成することを想定する。

b) 施工計画の最適化¹⁴⁶⁾

図-1に示すように、工程 t 、 t 時点までの累積出来高 $x_1(t)$ 、累積費用 $x_2(t)$ の3次元状態空間で施工現象を表現する。ただし、出来高と費用の関係については第1章で詳述する。施工開始から完了までの施工現象は図-1における工事開始点 O から工事終了点 A に到る施工径路 (Construction Trajectory) \overrightarrow{OA} により表わされる。したがって、工事・工期全体にわたる施工計画最適化問題は図-1の3次元状態空間における最適施工径路決定問題として定式化される。

建設工事の施工作業は、施工機械や作業員などの資源^{注1)}の投入と操作により遂行される。施工に関するすべて

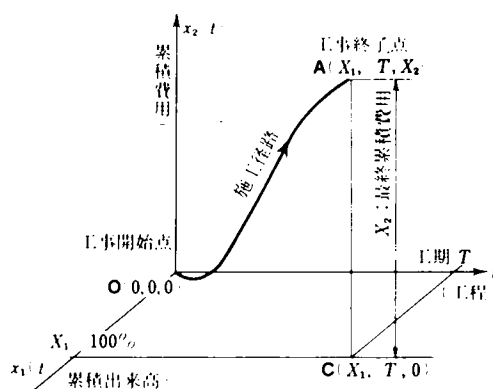


図 - 1

の費用も、資源の投入と操作によって生じる。したがって、図-1の累積出来高 $x_1(t)$ 、累積費用 $x_2(t)$ を正確に把握するためには、工程上における資源の投入量や操作方法（以下では「施工段取」と称する）が明らかにされなければならない。実際に施工作業を遂行するためにも、施工段取に基づく工程計画が決められていなければならない。つまり、施

注1) 施工作業を遂行するために必要な施工機械・作業員・材料などを論文では資源(Resource)と総称する。

工計画最適化問題の解は施工段取により与えられる必要がある。

建設工事における基本的工法が決められても、施工段取により図-1の施工径路 \overrightarrow{OA} が変化するから、最終累積費用 X_2 ，工期 T も各施工段取に応じて変化する。最終累積出来高 $X_1 = 100\%$ は常に固定されているから、仮に工期 T が与えられたとすると、図-2に示すように種々の施工段取に応じたいくつかの施工径路が考えられる。そして、点

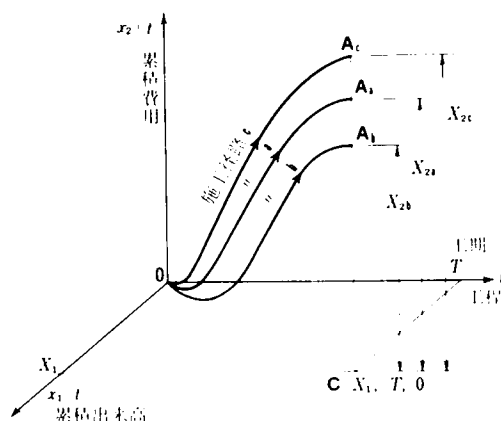


図 - 2

$C(X_1, T, 0)$ 上における工事終了点 A が各施工径路に対応していくつか決まる。図-3に示すように、施工段取を表わす仮想的な座標軸を考えると、工期 T が与えられた場合の、種々の施工段取に基づく「段取-費用曲線」が描かれるであろう。そして、図-3の場合には最終累積費用 X_2 を最小にする施工径路 b ，すなわち施工段取 b が選択されるべきであることは当然である。したがって、工期 T が与えられた場合の工程計画最適化問題を、施工段取の面からみた費用最小化問題として表わすことができる。この問題は次式 J を目的関数とする最適施工径路決定問題として定式化される。

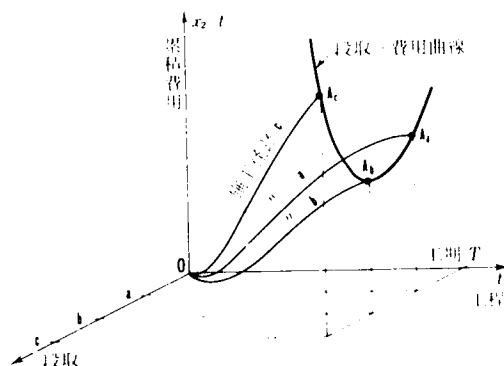


図 - 3

$$J = X_2 = x_2(T) \rightarrow \min \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここで $X_2 = x_2(T)$ は最終累積費用すなわち工事全体費用を表わす。

図-2，3に関して述べた操作を、工期 T を変えて繰り返すことにより、図-4に示すような「工期-費用曲線」が得られる。このようにして得られた工期-費用曲線は、仮想的な工期 T_1, T_2, T_3 における段取-費用曲線の最小値を連ねたものである。

図-4の操作を、常識的に考えられるすべての基本的工法について行うことにより、各

工法に応じた工期－費用曲線が得られ、
図－5に示すような「工法－工期－費用
図」が得られる。これらの工期－費用曲
線には、各工法と各工期のもとでの最小
費用を与える施工段取が付随しており、
工期－費用曲線上の1点を選択すること
は「与えられた工法・工期のもとでの（
すでに得られている）最小費用の施工段
取」を選ぶことを意味する。図－5のよ
うな工法－工期－費用図が求められたと
すると、費用の点のみからみるならば

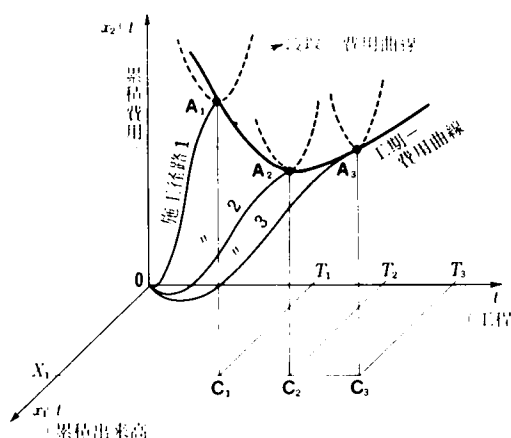
i) 工期の制約がない場合：工法3の工
期 T_0

ii) 仮に工期を T_1 とした場合：工法 1

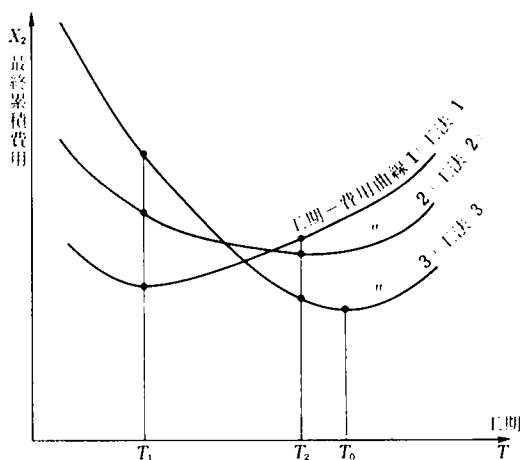
iii) 仮に工期を T_2 とした場合：工法 3
の施工計画が、それぞれ最も有利な選択
といえる。最小費用を与える施工計画案
が、費用の点からみて他の案より、どの
程度有利であるかの評価なども容易に可
能であろう。

式(1)に示した費用最小化の評価基準は
施工段取のみに関する評価基準である。
図－5は最小費用の施工段取に裏づけら
れているにすぎず、ここでは必ずしも費
用最小化を施工計画最適化の評価基準と

しているわけではない。費用が施工の意思決定における重要な要素であることが概念的
には理解されながらも、施工費用を正確に評価することが困難なため、従来は費用の取り扱
いが必ずしも明確でなかった。すなわち、費用をいかなる評価基準として何を決定するの
か、費用の評価と工期などの時間的要素がどのような関係にあるかなどの問題が十分には
明らかにされていなかった。ここでは施工段取に注目して施工現象を表現しようとしている
ので、施工費用が現実に近い形で評価できる。そこで、費用最小化を施工段取を決定す
るための評価基準とし、他の要素を施工段取に関する制約条件として評価することを提案
した。さらに、与えられた条件のもとで最小費用の施工段取に裏づけられた、工法－工期



図－4



図－5

一費用の関係(図-5)を求めることにより、一般的な施工計画や管理に関する意思決定を行うことを提案した。また、図-5の結果について、施工法の信頼性や安全性などの定量的に評価しにくい要素に対する技術者の判断が加えられることにより、いわゆる最適施工計画と称しうる計画案の選定が可能であろう。

手作業で施工計画作業を行う場合には、現実的に妥当な時間で上述の操作を行うことが困難であるが、大型電子計算機を利用すれば可能である。本論文で提案する手法は、工法と工期が与えられた場合に、最小費用の施工段取に與づけられた施工経路(工程計画)を求める方法である。この方法を「工程計画最適化手法(Scheduling Optimization Technique; SOT)」と称することにする。

最適化問題の構成からSOTを要約すると以下の通りである。最適化問題は、最小にするべき目的関数(評価基準)、考慮すべき制約条件、最適解をみいだすべき決定変数の3つより構成される。SOTにおける評価基準は、与えられた条件のもとでの費用最小化である。制約条件は工法・工期および施工段取に関する制約である。決定変数は、施工段取を表わす変数である。これらの詳細は第1章で示される。

c) 施工管理の最適化¹⁴⁶⁾

建設工事の施工においては工程上の不確実性の影響が大きいので、施工計画と、その計画を目標とする施工管理の関係を明らかにする必要がある。前述の施工計画の最適化においては、目標に対して実際の現象を近づけるという制御の意味での管理を評価していないので、定常的最適化と称すべき段階にすぎない。図-1～5について述べた操作によって求められた最適施工経路は、施工計画作成時点の情報に基づく最適性の評価により得られた計画最適施工経路である。

実際の施工経路は、作業条件の不正確な推定や、事故のように予測しえない現象の発生などにより、計画から大きく外れる可能性がある。実際の施工経路が計画最適施工経路から大きく外れた場合、その時点以後の施工経路を計画に近づけるためには、実際の施工段取が計画最適施工経路に付随している施工段取とは異ならざるをえないであろう。したがって、工事開始点における計画最適施工経路を、工事終了点まで目標として管理を行うことが必ずしも賢明とはいえない。また、実際の施工経路が計画から外れる程度により、作業条件の単純な変動によるものであるのか、あるいは不確定条件に対する各時点までの情報蓄積に基づいて、その時点以後の目標(計画)自体を修正する必要があるのかなどの多くの問題が残されている。これらの問題に対する詳しい検討は第5章で行うことにし、第1章では定常的最適化として、不確定条件を従来のように平均値だけで表わし、確定条件下における工程計画最適化問題について検討する。

(3) SOTの対象とネットワーク手法との関係

本研究の目的を一層明確にするために、PERT・CPMなどの従来のネットワーク手法と、SOTの関係について述べておく。

PERTにおける矢線図(Arrow-Diagram)を完成するためには、矢線図を構成しているアクティビティ(Activity)が、そのアクティビティを遂行するために必要な時間数(所要日数など)で表示されていなければならない。建設工事の施工作业は施工機械や作業員などの資源により遂行されるから、各アクティビティの所要日数などを決めるためには、各作業に投入する資源数量が与えられている必要がある。このため、建設工事施工についてPERTの矢線図を完成するためには、工程上における資源の操作方法(施工段取)が与えられていることが前提になる。^{1),142)}

CPMにおける矢線図を完成するためには、矢線図を構成するアクティビティごとに、そのアクティビティを遂行するために必要な時間数と費用の関係(Activity Cost-Time Curve)が与えられていなければならない。建設工事の施工に関する費用も資源の投入と操作により生じるから、CPMの矢線図を完成するためにもまた、施工段取に関する複雑な配慮が必要である。^{1),142)}

建設工事施工の工程計画や管理において、施工段取が占める割合は小さくない場合が多いから、PERT・CPMの矢線図の作成が必ずしも容易でない場合が多い。工程計画や管理に関する従来の研究は、PERT・CPMの矢線図が完成された後の処理を対象としたものが大半であり、矢線図の作成方法に対する理論的考察が不十分であったきらいがある。このため、施工段取に関する複雑な配慮を加えて矢線図を作成する操作は、技術者の経験的な判断に委ねられているのが現状であり、PERT・CPMのすぐれた利点を工程計画や管理において最大限に活用しているとはいえない場合も少なくない。実際に施工を担当する立場でPERT・CPMを十分に活用しにくい原因の1つは、従来のネットワーク手法が施工段取を明示的(Explicit)に表現していないためであると考えられる。

本論文で提案するSOTは、施工段取そのものを合理的な根拠に基づいて決定することを試みている。施工段取が施工の出来高や費用を把握するための最も基本的な要素であるから、施工段取が与えられることにより、工程計画に関する大部分の情報が容易に得られると考えられる。

SOTもネットワークの一種であるフロー・ダイアグラム(Flow-Diagram or Project Graph)を用いて、工程上の作業順序関係の制約を表わす。この点からはSOTも広義のネットワーク手法に含まれる。しかし、第1章で述べるようにSOTのフロー・ダイアグラムを構成する作業(アクティビティ)は、遂行されるべき作業数量のみにより表示

される。このフロー・ダイアグラムは、作業順序関係の制約を表わすための基礎データであり、その作成の際に施工段取などに対する面倒な配座がほとんど不必要である。このようなフロー・ダイアグラムに基づいて、施工段取を決定するのがSOTである。アクティビティの所要日数などはSOTにより自動的に与えられる。したがって、SOTはネットワークの構造自体を決定するための意思決定モデルという面が強調される。これに対して、特にPERTを中心とする従来のネットワーク手法は、グラフ理論に基づく特色である、決定された計画を表現するための記述モデルという面が強い。つまり、従来のネットワーク手法とSOTは互いに補完的な関係にある。

たとえばSOTにより施工段取を決定した後で、従来のネットワーク手法における矢線図を作成することは容易である。SOTにより得られた結果に基づいてPERTにおける矢線図を作成し、PERT/TIMEを適用して時間的にクリティカル(Critical)な作業を把握することは十分に現実的な意味をもつことである。また、施工段取が問題にならない程度の比較的大きなレベルで、1つの建設プロジェクトをいくつかの工事に分割し、各工事ごとにSOTを適用して図-4に示す工期-費用曲線を求める。そして各工事をCPMの矢線図におけるアクティビティとみなし、SOTにより求めた工期-費用曲線を、CPMのアクティビティにおける時間と費用の関係と解釈してCPMを適用することも現実的に妥当な方法である。

以上に述べたことからSOTを適用する対象も明らかであろう。SOTは、多種類の資源を多数のアクティビティにどのように投入するか(施工段取)が施工計画の重要な要素となる工事に対して有効である。トンネル工事などのように、資源の投入数量や操作方法がほとんど一意的に与えられる工事に対してはSOTの考え方が不必要である。本論文では、機械化土工工事を具体的な対象としてSOTの内容を述べる。機械化土工工事においては、工程上における施工機械の投入と操作方法が工事の成否を左右する重要な要素であり、しかも他の建設工事に比べて比較的簡単な作業の組合わせからなると判断されたからである。SOTに対する広範な検討が加えられることにより、上述の特性をもつ一般的な建設工事にSOTを有効に適用できると考えられる。

(4) 本論文の要約

本論文の内容を要約すると以下の通りである。

第1編では、工程計画最適化手法(SOT)の詳細な説明を行っている。まず第1章では、施工段取に注目した工程計画最適化問題の定式化を示す。第2、3章では、第1章で定式化された工程計画最適化問題の数値解を求めることを試みている。第2章では、種々の数値解析手法の適用可能性を検討し、最も基本的と判断された最適制御理論におけるこ

う配法を用いた数値解析を行っている。この配法による方法が大規模な建設工事を取り扱うには十分でないので、第3章では共役この配法を用いた数値解析を行っている。以上の検討を通じてSOTが明確に提案される。第4章では、工程計画や管理の全体的最適化を意味あるものにする準備の1つとして、施工機械などを組合わせて用いる場合の作業能力推定に関する基本的な検討を行っている。第5章では、実際の工程上の不確定条件を考慮した工程管理の最適化について検討している。そして、工程管理におけるSOTの利用について述べている。

第Ⅱ編では、第Ⅰ編で提案されたSOTを実際の工事に応用する方法、および応用した結果を報告している。第6章ではSOTを現実の建設工事に適用する際に生じる種々の問題と、その解決方法を示す。第7章はSOTを活用するためのシステム設計について述べている。第8章ではSOTを大規模なロックフィルダム工事の重機工程計画に適用した結果が示される。第9章ではSOTを大型宅地造成工事の重機工程計画に適用した結果を報告している。

第 I 編

工程計画最適化手法 (SOT) の開発

第 I 編 目 次

第 1 章 工程計画最適化問題の定式化	10
1.1 緒 論	10
1.2 定式化の準備	10
(1) 要素の定義	10
a) オペレーション	11
b) 作業グループと資源グループ	11
c) 資 源	14
d) アクティビティ	16
(2) 作業条件の定義	17
a) 工程の表現	17
b) 考慮する作業条件	18
c) 作業条件の評価方法	18
(3) 出来高の定義	19
a) 見積りと費用の評価	19
b) 作業数量当り単価	20
c) 出来高の定義	21
(4) 従来の研究	22
1.3 多段決定過程としての定式化	23
(1) 多段決定過程	23
(2) 工程計画最適化問題の定式化	24
a) 工程の表現	24
b) 外 乱	24
c) 操作変数	24
d) 出来高の計算	25
e) 費用の計算	25
f) 状態変数と状態方程式	26
g) 制約条件	27
h) 目的関数	28
(3) 結論と考察	29

1.4	結 論	29
	記号一覧	31
第2章	こう配法による工程計画の最適化	33
2.1	緒 論	33
2.2	最適制御理論の適用	33
	(1) 最適制御問題	33
	(2) 各手法の適用可能性	34
	a) 離散型最大原理	34
	b) ダイナミック・プログラミング	34
	c) こう配法	34
	(3) こう配法(こう配関数法)	35
	a) こう配関数	35
	b) 計算手順	36
	c) 状態変数制約条件の処理	36
	d) 境界条件の処理	37
2.3	こう配法による最適化	38
	(1) 数値計算モデル	38
	(2) Kelleyの方法の適用	38
	a) こう配法の適用	38
	b) 凸性の検討	40
	c) スケール変換	40
	d) 数値計算結果	41
	(3) Bryson・Denhamの方法の適用	42
	a) ケースⅠ	43
	b) ケースⅡ	45
	c) ケースⅢ	47
	(4) 各手法の比較	48
2.4	工程計画最適化問題の解	49
2.5	結 論	50
第3章	共役こう配法による工程計画の最適化	52
3.1	緒 論	52

3.2	共役こう配法による最適化	52
(1)	共役こう配法	52
(2)	共役こう配法の適用	53
(3)	数値計算結果	54
a)	1次元探索	54
b)	操作変数制約条件の処理	54
c)	修正共役こう配法	54
d)	SUMT・外点法の適用	55
3.3	解空間の特性に関する検討	56
(1)	SUMT・外点法による結果	56
a)	こう配法による解との比較	56
b)	凸性の検討	56
(2)	他のペナルティ関数法の適用	57
a)	SUMT・内点法	57
b)	SUMUP	58
(3)	工程計画最適化問題の特性	58
a)	アクティビティ順序関係の制約	58
b)	ペナルティ係数値比率の調整	59
(4)	静的最適化問題としての数値解析	61
a)	静的最適化問題への変換	61
b)	操作変数の変更	62
c)	ペナルティ関数法以外の解法	62
3.4	工程計画への応用について	63
(1)	基本的な方針	63
(2)	工期－費用曲線	64
(3)	出来高工程曲線の型	64
3.5	結 論	65
第4章	土工機械の組合わせ利用に関する基礎的考察	67
4.1	緒 論	67
4.2	作業時間分布の特性	67
(1)	序	67

(2) 各種確率分布による解釈	68
a) ゲーム継続時間分布	68
b) 負の2項分布	70
c) アーラン分布と無限分解可能な分布，正規・指数 たたみこみ分布	71
(3) 適合性の比較	74
4.3 機械化土工作業のモデル化	74
(1) 序	74
(2) 各作業のモデル化	75
a) 掘削積込み作業	75
b) 運搬作業	75
c) 捨土作業	77
4.4 待合せ問題の近似解法	78
(1) 非線型制御理論の適用	78
a) ブロック線図による表現	78
b) 制御系における確率分布	80
c) Kazakov の統計的等価線型化法	80
d) 非線型制御系の解析	82
e) 平均分散比法	84
(2) 待合せ問題の解析	85
a) 平衡状態存在条件	85
b) サービス窓口が空いている確率	86
c) 待合せ問題解析の手順	87
(3) 結論と考察	89
4.5 機械化土工作業への適用	91
(1) 捨土作業	91
(2) 運搬作業	92
(3) 掘削積込み作業	92
(4) 掘削・運搬・捨土作業	94
4.6 結 論	96

第 5 章 工程管理における SOT の利用	97
5.1 緒 論	97
5.2 問題の説明	97
5.3 最適制御の考え方	98
(1) 概 要	98
(2) 確率的最適制御理論	100
5.4 計算機制御による工程管理	103
(1) 工程管理最適化問題の定式化	103
(2) 工程管理最適化問題の解について	104
(3) 近似的適応制御	105
(4) 計算機制御による工程管理システム	107
5.5 結 論	109

第1章 工程計画最適化問題の定式化

1.1 緒 論

本章では，施工段取（工程上における施工機械や作業員などの操作方法）に注目して，工程計画における多面的な意思決定問題を最適化問題として数学的に定式化することを試みる。本論文の基本的意図は施工現象の数学的な表現手段を得ることである。このため，建設プロジェクトに参画する立場の相違などから生じる種々のタイプ・レベルの現実的問題については当面考慮を払わないでおく。対象としては，1つの建設プロジェクト全体に対して，比較的詳細な工程計画を立てることを想定する。

初めに定式化の準備として，工程計画における種々の要素を明確に定義する。この準備に基づいて工程計画最適化問題が数学的に定式化される。本章の定式化により，SOTの基礎的な考え方が明らかにされる。¹⁴⁶⁾

1.2 定式化の準備

(1) 要素の定義

建設工事施工の基本的工法が決められると，その工法を実行するために必要な施工作业が列挙される。そして，その施工作业を遂行するために必要な施工機械や作業員などの資源があげられる。建設工事施工のすべての費用は資源の投入と操作により生じる。施工作业の出来高も資源の投入と操作によりあげられる。したがって，施工の費用と工事の進捗を正確に把握するためには，施工作业と資源の関係を明確に規定しておく必要がある。この関係を明らかにするために図1-1に示すいくつかの要素を導入し，以下で各要素の意味を定義する^{注1)}。

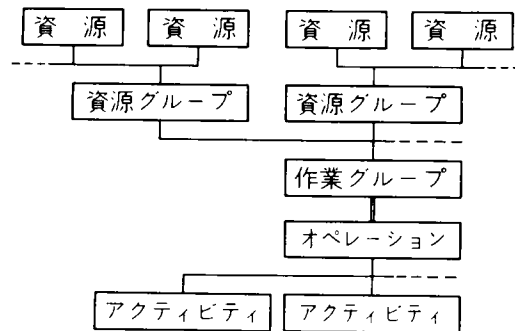


図 1 - 1

注1) ここで述べるオペレーション，作業グループ，資源グループ，資源は基本的に Jacobs Associates 見積りシステムに基づく概念である。⁷²⁾

a) オペレーション (Work Operation)

オペレーション (施工作業) は施工の費用を把握するための作業のまとまりである。表 1-1 に示すような簡単な機械化土工工事を例にとりて説明する。工事 (Project) は表 1-1 の左側に示されるようなオペレーションの集合として表わされる。このオペレーションは遂

行されるべき作業数量のみにより規定される。1つのオペレーションは、並行して同時に行われるすべての作業を含んでいる。たとえば表 1-1 のブルドーザワーク 50m というオペレーションは、ブルドーザによる掘削押土作業、および押土された土を別のブルドーザにより敷均す作業といった一連の作業のすべてを含んでいる。

表 1 - 1 作 業

オペレーション				作業の順序			
No. <i>i</i>	名 称	数 量	単位	No. <i>j</i>	名 称	数 量	先行作業の順序
1	伐 間 除 根	60,900	m ²	1	伐 間 除 根	60,900	
2	ブルドーザワーク 50m	288,224	m ³	2	ブルドーザワーク 50m A	156,661	1
				3	" B	131,563	1
3	キャリアワーク 100m	161,444	"	4	キャリアワーク 100m A	97,903	2, 3
				5	" B	63,541	2, 3
4	キャリアワーク 150m	135,101	"	6	キャリアワーク 150m A	6,658	4
				7	" B	128,443	5
5	キャリアワーク 200m	56,543	"	8	キャリアワーク 200m	56,543	6

b) 作業グループ (Operation Group) と資源グループ (Resource Group)

上述のオペレーションを遂行するためには、施工機械や作業員などの資源を数種類、組合わせて利用する必要がある。この資源の組合わせ方法を明確に規定するために、作業グループ・資源グループという要素を定義する。

① 資源グループ

表 1-1 のブルドーザワーク 50m を例にとると、このオペレーションを遂行するためには、掘削押土用のブルドーザと、押土された土を敷均すブルドーザの 2 種類の資源が必要である。これらの資源 (施工機械) の組合わせ台数の間には、各機械の作業能力のバランスに基づいて、次のような一定の比率が存在する。

掘削押土にブルドーザ D 8-36 A と D 8-46 A を投入し、敷均しに D 80 を用いる場合を考える。これらのブルドーザの時間当たり作業能力はたとえば次式で求められる。^{70), 114)}

$$\left. \begin{aligned} \langle Q \rangle &= 60 \cdot q \cdot f \cdot E \cdot C_m \text{ (m}^3/\text{hr)} \\ C_m &= l/v_1 + l/v_2 + t_g \text{ (min)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1-1)$$

上式中の記号の意味と，上式を用いて計算された各機械の時間当り作業能力を表1-2に

表 1 - 2

	単位	記号	D8-36A	D8-46A	D80
押 土 距 離	m	l	50	50	20
前 進 速 度	m/min	v_1	72	72	50
後 進 速 度	"	v_2	93	106	92
ギャチェンジ時間	min	t_g	0.30	0.25	0.30
サイクルタイム	"	c_m	1.53	1.42	0.92
1回の排土量	m ³	q	3.8	4.2	2.7
土量換算係数		f	0.8	0.8	0.9
作 業 係 数		E	0.9	0.9	0.9
時間当り作業量	m ³ /hr	$\langle Q \rangle$	107	128	143

示す。D8-36AとD8-46Aを同数ずつ投入すると仮定すると，時間当り作業能力のバランスから次式が成立する。

$$(\langle Q_{D8-36A} \rangle - \langle Q_{D8-46A} \rangle) \cdot r = \langle Q_{D80} \rangle \cdot \alpha \dots \dots \dots (1-2)$$

ここで r : 押土された土のうちで敷均し作業が必要な率， α : D80の必要台数，とする。
 $r = 0.4$ とすると，上式を解いて α は次のように求められる。

$$\alpha = (107 \text{ m}^3/\text{hr} - 128 \text{ m}^3/\text{hr}) \cdot 0.4 / 143 \text{ m}^3/\text{hr} \approx 0.8 \dots \dots \dots (1-3)$$

すなわち，掘削押土にD8-36AとD8-46Aを1台ずつ投入する場合には，敷均し用のD80が0.8台必要である。^{注2)}これらの機械のように，常に1つのクルー(Crew)として稼働する資源の組合わせを資源グループと称する。このように設定された資源グループの例を表1-3に示す。

表1-3に示すように資源グループ(No. k)は，資源名(No. i)，資源数量(QR_{ik})，

注2) ここで例にとった資源グループ全体の時間当り作業能力はD8-36AとD8-46Aの能力を加えた $235 \text{ m}^3/\text{hr}$ である。

表 1 - 3 資源グループ

No. (k)	資 源 グ ル ー プ 名 称	資 源 名	資源数量	稼働 時 間 率	共用可能性
1	A	ブルドーザ D80	1.0	1.0	可
		ブルドーザ D8 36A	1.0	1.0	"
2	B	ブルドーザ D80	1.0	0.8	"
		ブルドーザ D8 36A	1.0	1.0	"
		ブルドーザ D8 46A	1.0	1.0	"
3	C	ブルドーザ D8 46A	1.0	0.5	不可
		ブルドーザ D8 36AC	1.0	1.0	"
		スクレーパ 18	1.0	1.0	"
		ブルドーザ D8 46AC	1.0	1.0	"
		スクレーパ 22	1.0	1.0	"
4	D	ブルドーザ D80	1.0	1.0	可

資源稼働時間率 (UR_{ik})、共用可能性、の 4 つのパラメータで定義される。たとえば初めに例に挙げた表 1 - 3 の資源グループ B は D 8 - 36 A、D 8 - 46 A、D 80 の 1 台ずつで構成され、D 8 - 36 A の稼働時間を 1.0 とすると、D 8 - 46 A、D 80 の稼働時間はそれぞれ 1.0、0.8 である。これらの資源が 1 つの作業専用にはりつけられずに、遊休時には他のオペレーションで並行して利用できることを「共用可能」と称する。

資源グループは、施工計画や管理作業の規格化を意識した概念であり、あらかじめ標準的な資源グループを設定しておくことにより、業務の簡素化が実現できるであろう。

(2) 作業グループ

作業グループは 1 つのオペレーション (施工作業) を遂行するために必要な資源グループの集まりであり、オペレーションと 1 対 1 に対応する。逆の見方をすれば、オペレーションは作業グループの設定を考慮したうえで設定されなければならない。本章のモデルにおける作業グループの例を表 1 - 4 に示す。

表 1 - 4 に示すように、作業グループ (No. l) は資源グループ名 (No. k)、資源グループ数量 ($QR(G_{kl})$)、比例型・固定型指定、の 3 つの要素で定義される。資源グループは比例型、固定型の 2 種類に分けられる。資源グ

表 1 - 4 作業グループ

No. (l)	作業グループ 名 称	資 源 グ ル ー プ 名 称	資 源 グ ル ー プ 数 量	比 例 型 固 定 型
1	伐 開 除 根	A	1.0	比例
2	ブルドーザ 50m	B	1.0	"
3	キャリワーク 100m	C	1.0	"
		D	0.9	"
4	キャリワーク 150m	C	1.0	"
		D	0.8	"
5	キャリワーク 200m	C	1.0	"
		D	0.7	"

ループの説明に際して例に挙げたブルドーザの組合わせのように，その資源グループの投入量に応じて，作業グループ全体の能力が比例的に増加する資源グループを比例型と称する。これに対して，搬路整備用モータグレーダのように，そのオペレーションを遂行するために必要ではあっても，作業グループ全体の作業能力に直接貢献しない資源グループを固定型と称する。詳細は省略するが，固定型資源グループを考慮すると後述の工程計画最適化問題が凸計画でなくなるなどの面倒な問題が生じる。また，固定型資源グループに属する資源は，常に工事現場に存置しておき，必要に応じて各作業に投入されるものが多く，施工段取が問題になることは少ない。したがって，比例型資源グループのみを対象として施工段取を決定し，その結果に対して固定型資源グループについての配慮を加える方法が現実的であると判断されるので，ここでは固定型資源グループを考慮しない。本論文で述べるSOTを実際の工事に適用する際には，このような現実的な処置が効果的な役割を果たす場合が多い。

オペレーションを遂行するために必要な資源の組合わせを直接，作業グループとして設定した方が簡潔のように見えるが，実際の工事においては，作業グループ・資源グループの２段階に分ける方が便利の場合が多いようである。また，ここでいうオペレーションや作業グループに似た概念として小寺の「要素施工」がある。³⁴⁾

c) 資源 (Resource)

資源はオペレーション（施工作業）を遂行するために必要な施工機械や作業員，材料などの総称である。たとえば施工機械を稼働させるためには，機械本体だけでなく図 1 - 2 に示すような種々の単価成分が必要である。⁸¹⁾ この単価成分の 1 つ 1 つを資源として扱うことは複雑なので，表 1 - 5 に例を示すように種々の単価成分を含む資源項目を設定し，この資源項目を改めて「資源」と定義する。表 1 - 5 の例では，ブルドーザ D80 を現場で稼働させるために必要なすべての単価成分を付属させて，ブルドーザ D80 という 1 つの資源を設定している。

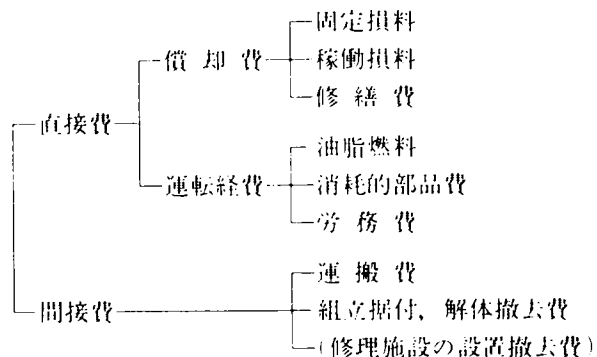


図 1 - 2 機械費分類

図 1 - 2 に示す単価成分は，生じる理由と型により，表 1 - 5 に示すように次の 4 種類に分けられる。

表 1 - 5 資 源

資 源	固定単価	稼 働 単 価									搬入単価	搬出単価
	円／日	円／時 間									円／回	円／回
	固定損料	稼働損料	修繕費	油 脂 燃 料						消耗の 部品費	労務費	
				軽 油	ウツリン	モビール	キヤ セイユ	作動油	グリース			
				54円/l	84円/l	260円/l	220円/l	240円/l	450円/kg			
ブルドーザ D80				13l/hr	0.1l/hr	0.3l/hr	0.1l/hr		0.1kg/hr			
	11,600	1,680	440	702	8	78	22		46	240	1,804	107,600

- ・固定単価：その資源1台を現場に存置しておくために要する費用（固定損料，他）
〔円/日〕
- ・稼働単価：その資源1台を現場で稼働させるために要する費用（油脂燃料費，修繕費，他）〔円/時間〕
- ・搬入単価：その資源1台を現場へ搬入するために要する費用（運搬費，組立費，他）
〔円/回〕
- ・搬出単価：その資源1台を現場から搬出するために要する費用（運搬費，解体費，他）
〔円/回〕

SOT では，図 1 - 2 の単価成分を表 1 - 5 に示すように上述の 4 つにまとめて扱う。そして各資源 i ごとに，固定単価（ CI_i ），稼働単価（ CH_i ），搬入単価（ CI_i ），搬出単価（ CE_i ）という 4 つの資源単価成分を与えることにする。本章のモデルにおける資源および資源単価成分を表 1 - 6 に示す。

以上に述べたことは機械費に属する資源に関する説明であるが，労務費・材料費などについても同様に資源単価成分の規格化が可能であろう。本論文の目的である，費用の評価に基づく施工段取の選

表 1 - 6 資源単価成分

No. (台)	資 源 名 称	固定単価	稼働単価	搬入単価	搬出単価	利用可能 最大数量
		円/日	円/時間	円/回	円/回	
1	ブルドーザ D80	11,600	5,020	107,600	107,600	10
2	ブルドーザ D8-36A	24,000	9,000	120,000	120,000	10
3	ブルドーザ D8 46A	35,200	10,880	131,200	131,200	10
4	ブルドーザ D8 36AC	30,400	6,920	126,400	126,400	10
5	スクレーパ 18	13,200	700	80,000	80,000	10
6	ブルドーザ D8 46AC	41,000	8,700	137,000	137,000	10
7	スクレーパ 22	14,800	700	80,000	80,000	10

定を現実的に妥当なものにするためには，工程上における資源の操作に伴って生じる費用

を正確に把握する必要がある。上述のように，費用が生じる理由と型によって資源単価成分を定義しておくことにより，資源操作に伴う費用をより現実に近い形で計算することができる。また，固定単価，稼働単価，搬入単価，搬出単価に基づいて計算される費用をそれぞれ固定費用，稼働費用，搬入費用，搬出費用と称する。

d) アクティビティ (Activity)

アクティビティ (施工作业) は，工程上における作業順序関係の制約や作業条件を表わすための作業のまとまりである。前述のオペレーションの定義においては，作業順序関係の制約などは考慮されていない。たとえば表 1 - 1 に示すオペレーションであるブルドーザワーク 50 m を例にとると，1 つの工事の中にブルドーザによる 50 m の搬土作業が複数個あっても，それらの作業が同一の作業グループにより遂行される場合には 1 つのオペレーションにまとめられる。この操作は単に施工の費用だけを計算するという観点からは妥当であるが，施工工程上の作業順序関係の制約や作業条件は 1 つ 1 つの作業によって表わされる必要がある。そこで，費用を評価するための作業であるオペレーションと区別して，アクティビティを初めに述べたように定義する。

SOT におけるアクティビティの意味は，PERT・CPM などの従来のネットワーク手法におけるものとは異なる。PERT におけるアクティビティは，その作業を遂行するための所要時間数すなわちアクティビティ・タイム (Activity - Time) により表わされる。建設工事施工における作業については，資源の投入数量に応じてアクティビティ・タイムが大きく変化する 경우가むしろ一般的である。しかし PERT における矢線図を作成するためには，アクティビティ・タイムを固定して与える必要があるので，PERT を適用する以前に投入資源数量をあらかじめ決定しておかなければならない。このため，施工段取などを考慮して，アクティビティをよほど適切に設定しておかないと，クリティカル・パスや山積み・山崩し計算などの妥当性の根拠が不明確になる。CPM におけるアクティビティは，その作業を遂行するための所要時間数と費用の関係により表わされる。しかし，施工に関する費用が資源の投入と操作によって生じることから，各アクティビティごとに所要時間と費用の関係を把握することがきわめて困難な場合が多い。

建設工事施工の工程計画や管理のために，PERT・CPM などの従来のネットワーク手法における矢線図を作成するときには，アクティビティの設定に際して上述のような複雑な配慮が要求される。従来のネットワーク手法においては，施工段取・作業数量・作業時間・費用・作業順序関係などの種々の要素を，アクティビティの設定方法によってのみ表現しなければならないことが，アクティビティの設定を複雑にしている大きな原因と解釈される。

従来のネットワーク手法における上述のような問題を避けるために，SOT では時間や

費用などの要素を初めからアクティビティに付属させることをしない。SOTにおけるアクティビティは、遂行されるべき作業数量のみによって表わされる。この結果、SOTにおけるアクティビティは表1-1に例を示すようにオペレーションを作業数量で分割したものととして与えられる。

$$QO_l = \sum_{j \in A_l} Q.A_j \quad \dots\dots\dots (1-4)$$

ここで QO_l : オペレーション l の作業数量, $Q.A_j$: アクティビティ j の作業数量, A_l : オペレーション l に属するアクティビティの集合, とする。

図1-3は本章のモデルにおけるアクティビティの順序関係を示す。この図のアクティビティは、表1-1に

示す作業数量と作業間の順序関係という2つの基礎的なデータだけで表示されている。なお、吉川・春名はアクティビティの順序関係を技術的および管理的順序関係に分類してい

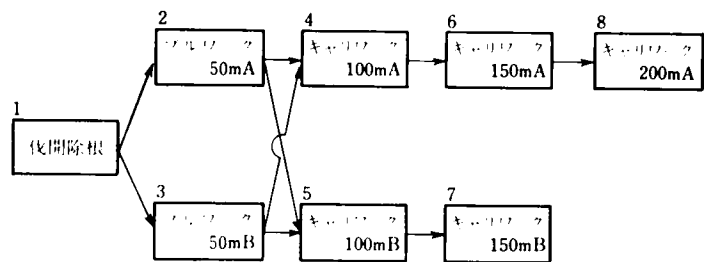


図1-3 アクティビティ順序関係

るが、ここでの順序関係は制約条件としての技術的順序関係に相当する¹⁷⁵⁾。

以上に定義してきた要素間の関係は図1-1に示した通りである。これらの要素を設定するためのパラメータは標準化しやすいものがほとんどであると考えられる。したがって、これらの要素の概念を導入し、その設定を標準化しておくことは、施工計画や管理業務の規格化・標準化に貢献するであろう。

(2) 作業条件の定義

a) 工程の表現

序論の図-1に示す施工開始点*O*から終了点*A*に到る工程の推移を、工程計画や管理に都合のよい長さで区切って表わす方が便利である。この工程計画や管理に都合のよい期間をSOTでは「工期単位*T*」と称する。全体工期*T*が与えられたとして、全体の工程を「工期単位*T*」で*N*分割し、工程の推移を離散的に*N*個の段階で表現する。

$$T = J T \cdot N \quad \dots\dots\dots (1-5)$$

このように分割した工程段階を、最初の段階から 1, 2, …… , n, …… , N ステージ (Stage) と称する。工期単位 JT は日単位で与えられるとし、1 日、1 週間、10 日などのように、計画・管理の単位となる長さが選ばれる。本章のモデルでは $JT = 5$ 日、 $N = 30$ ステージ (工期 $T = 5 \text{ 日} \times 30 = 150 \text{ 日}$) としている。

b) 考慮する作業条件

① 作業能力

各作業に投入する作業グループの数量が増加するにつれて、単位時間当りの作業能力は図 1-4 の実線で示すように増加すると推定される。現時点では作業能力に関する研究が十分には行われていないので、SOT では図 1-4 の一点鎖線で示すように近似し、ある限度までは作業能力が作業グループの投入数量に応じて直線的に増加すると仮定する。そして、図 1-4 の一点鎖線の勾配に相当する「1 作業グループ・時間当り作業能力」と、投入数量限度を表わす「作業グループ最大投入数量」の 2 つを作業能力に関するデータとして与えることにする。

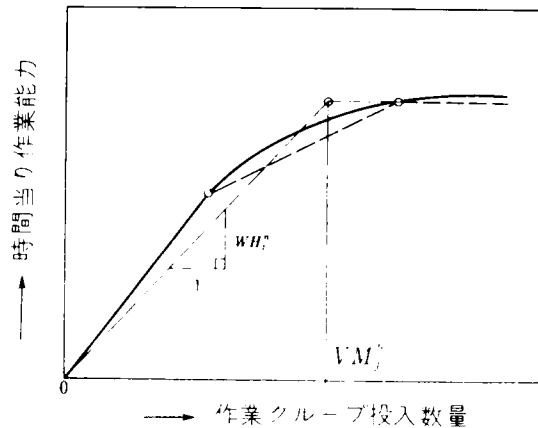


図 1 - 4

② 稼働率

資源が実際に稼働する時間数を把握するために、「1 日当り実稼働時間」と「月当り稼働日数率」の 2 種類のデータを考慮する。前者は、休憩や準備などの時間を除いて資源が 1 日のうちで実際に稼働する時間数を表わす。後者は、降雨などによる作業不可能日数や休日数を引いた月当り稼働日数を月当り総日数で除して得られる。

c) 作業条件の評価方法

作業条件は工程上の各時点および各作業ごとに異なることが明らかである。従来のネットワーク手法はネットワークの構造だけで工事を表現することから、アクティビティを実際の工程の進行と切り離して、所要時間や費用のみにより表わさなければならない。このため、各アクティビティが工程上のどの時点で遂行されるかが分からない段階で、作業条件を適当に仮定して所要時間などを計算し、アクティビティを設定する必要がある。したが

って、工程上の各時点・各作業ごとに異なる作業条件をそのまま評価することができない。

SOT では、工程を表す前述のステージ n および工程計画における作業であるアクティビティ j ごとに、先に説明した作業条件を考慮する。

- WH_{jn} : 第 n ステージ・アクティビティ j における 1 作業グループ・時間当り作業能力
- VM_{jn} : 同上の $n \cdot j$ における作業グループ最大投入数量
- RII_{jn} : 同上の $n \cdot j$ における 1 日当り実稼働時間
- UD_{jn} : 同上の $n \cdot j$ における月当り稼働日数率

この 4 種類の作業条件により、工程上の作業条件がほぼ表わせることが確められている。これらの作業条件は工程計画作成時点では不確定な変数であるが、本章では確定条件下における工程計画最適化問題を取り扱っているので、これらの作業条件の推定値が確定的に与えられるものとする。本章のモデルにおける作業条件を表 1 - 7 に示す。また、上述の作業条件が基本的な性

格のものだけからなることから、これらのデータを準備する際に複雑な配慮がほとんど不要であることも SOT における大きな利点の 1 つである。

表 1 - 7 作業条件

No.	名 称	1 作業グループ・時間当り作業能力	最大投入数量	1 日当り稼働時間	稼働日数率									
					1 月	2 月	3 月	4 月	5 月					
j					1	6	7	12	13	18	19	24	25	30
1	時間単位	335 m ² /hr	5	12 時間	0.68	0.75	0.60	0.62	0.57					
2	50mA	235 m ² /hr	10	12	"	"	"	"	"					
3	B	235	10	12	"	"	"	"	"					
4	100mA	320	10	12	"	"	"	"	"					
5	B	320	10	12	"	"	"	"	"					
6	150mA	268	10	12	"	"	"	"	"					
7	B	268	10	12	"	"	"	"	"					
8	200m	240	10	12	"	"	"	"	"					

(3) 出来高の定義

a) 見積りと費用の評価

いわゆる見積りと称される作業は次のような種々の内容を含んでいる。

- (1) 費用による施工法の評価を目的として、プロジェクト・工種・作業（オペレーション）の各レベルに応じた費用を把握すること。
- (2) 見積り結果の妥当性の評価を目的として、作業数量当り単価や歩掛りなどを算出すること。

図 1 - 2 に示した機械費分類を例にとると、①の目的を満たすためには直接費・間接費のすべてを考慮する必要がある。しかし②の目的を満たすためには、間接費を含まない標準的な費用成分のみを考慮する必要がある。表 1 - 5，1 - 6 に示したように、資源単価成分には種々のタイプがあり、固定費用金額や資源搬入搬出金額は施工段取（工程上にお

ける資源の操作方法）が決定した後で初めて正確に計算できる。これらの複雑な要因のために、手作業に基づく従来の見積り方法では上述の目的を明確に満たす結果を得ることが實際上困難である。現時点では作業数量当り単価を中心として②の目的を強調した予算書を得ることに重点が置かれているようである。

SOT では、表 1 - 5 , 1 - 6 に示した資源単価成分の分類に従って、後述するように工事全体費用をできる限り現実に近い形で計算する。

一方、序論の図 - 1 において施工の進捗を表現する尺度として、出来高という概念を用いた。従来の見積り手法などとの関係を明らかにするためには、施工作業が遂行された量を出来高で表現することが便利な場合が多い。SOT では、施工の進捗を出来高を用いて表現することにし、以下で作業数量当り単価に基づく出来高を定義する。

b) 作業数量当り単価

工程上における資源の操作を考慮しない場合、図 1 - 2 の直接費のみについての作業数量当り単価が各オペレーションごとに次の手順で求められる。

① 作業条件データの平均

SOT では表 1 - 7 に示すように、作業条件が工程を表わす各ステージおよび各アクティビティごとに与えられている。作業数量当り単価は各オペレーションごとに、全工程にわたる平均的な値として求められるから、作業数量当り単価を求めるには作業条件をステージ・アクティビティについて平均する必要がある。

$$\left. \begin{aligned} E[WH]_l &= \left[\sum_{j \in A_l} \left\{ \left(\sum_{n=1}^N WH_{jn} \right) / N \right\} \right] / NA_l \\ E[RH]_l &= \left[\sum_{j \in A_l} \left\{ \left(\sum_{n=1}^N RH_{jn} \right) / N \right\} \right] NA_l \\ E[UD]_l &= \left[\sum_{j \in A_l} \left\{ \left(\sum_{n=1}^N UD_{jn} \right) / N \right\} \right] / NA_l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1-6)$$

ここで、 $E[WH]_l$, $E[RH]_l$, $E[UD]_l$ はそれぞれオペレーション l における 1 作業グループ・時間当り作業能力、1 日当り実稼働時間、月当り稼働日数率であり、
 NA_l : オペレーション l に属するアクティビティの個数とする。

② 作業グループ l の時間当り費用

作業グループ・資源グループの定義を参照して、作業グループ l における資源 i の稼働数量 WR_{il} が次式で求められる。

$$WR_{il} = \sum_k (QR_{ik} \cdot UR_{ik} \cdot QRG_{kl}) \dots\dots\dots (1-7)$$

これを用いて，作業グループ l の時間当り費用 CO_l が次式で与えられる。

$$CO_l = \sum_i \{ WR_{il} \cdot (CD_i/E[RH])_l / E[UD]_l + CH_l \} \quad \dots\dots\dots (1-8)$$

③ 作業数量当り単価

オペレーション l の作業数量当り単価 UO_l が次式で与えられる。

$$UO_l = CO_l / E[WH]_l \quad \dots\dots\dots (1-9)$$

c) 出来高の定義

作業数量当り単価を用いて，全直接費金額 CT が次式で与えられる。

$$CT = \sum_l (UO_l \cdot QO_l) \quad \dots\dots\dots (1-10)$$

次にアクティビティ j の作業数量当り単価 UC_j を次式で定義する。

$$UC_j = UO_l, (j \in A_l) \quad \dots\dots\dots (1-11)$$

これらを用いて，アクティビティ j の総出来高 TC_j を次のように定義する。

$$TC_j = QA_j \cdot UC_j / CT \cdot 100(\%) \quad \dots\dots\dots (1-12)$$

$$\sum_j TC_j = 100\% \quad \dots\dots\dots (1-13)$$

SOT では，このように定義される出来高により施工作業（アクティビティ）の進捗を表現する。このことは，アクティビティの進捗を作業数量当り単価で重みづけして評価することを意味する。本章のモデルにおける作業数量当り単価および総出来高を表 1-8 に示す。

上述のような作業数量当り単価に基づく費用計算においては，工程上の作業条件や施工段取が十分に評価されていない。**SOT** では，工程上の作業条件をそのままの形で考慮し，工程上の資源操作に伴って生じる費用をできるだけそのまま表現することにより工程計画を決定することを試みている。作業数量当り単価の計算手順と，定式化において後述する **SOT** の費用計算方法を比較することにより，**SOT** の意図が一層明確になるであろう。仮に，作業数量当り単価を中心とする従来の見積り作業を，工程上の作業条件や施工段取に対する考慮が十分でないという意味で「静的見積り（Static Estimating）」と称する

とするならば、工程上の資源操作を費用により評価して工程計画を選定しようとするSOTの試みは「動の見積り (Dynamic Estimating)」と称することができるであろう。本章の定式化において、静の見積りの結果である作業数量当り単価を出来高の把握に用いるこ

表 1 - 8

オペレーション				アクティビティ			
No. (I)	名 称	作業数量 当り単価	単位	No. (J)	名 称	作業数量 当り単価	総出来高
1	伐間除根	55.6	円/m ²	1	伐間除根	55.6	3.17(%)
2	ブルワーク 50m	139.6	円/m ³	2	ブルワーク 50mA	139.6	20.47
				3	" B	139.6	17.20
3	キャリアワーク 100m	160.4	円/m ³	4	キャリアワーク 100mA	160.4	14.69
				5	" B	160.4	9.54
4	キャリアワーク 150m	189.0	円/m ³	6	キャリアワーク 150mA	189.0	1.18
				7	" B	189.0	22.72
5	キャリアワーク 200m	208.4	円/m ³	8	キャリアワーク 200m	208.4	11.03
							100.00(%)

とは、静の見積りの動の見積りへの時間（工程）軸における拡張と解釈できる。

(4) 従来の研究

建設工事施工の工程計画や管理に PERT・CPM などのネットワーク手法が導入されて以来、グラフ理論に基づく特色である表現の便利さ、理論的簡明さなどの利点により広く普及し、電子計算機の発達に伴って実際の業務に適用されて大きな役割を果たしてきた²⁹⁾。しかし、工程計画・管理における意思決定問題は後述の定式化から明らかなように、資源の搬入搬出の面からみれば在庫管理問題に、アクティビティに対する資源投入の面からみればスケジューリング問題になるなど多面的な諸相をもっている。^{26), 97)} 従来のネットワーク手法は、工程計画・管理における種々の要素のすべてをアクティビティの設定を通じて表現しようとするため、工程上の作業条件や施工段取が客観的に評価できない。このため、矢線図を作成する際に必要な上述の在庫管理・スケジューリングなどに関する意思決定が、技術者の経験的な判断に委ねられている。これらの問題に関連して次のような報告がなされている。

Butcher²²⁾, Meyer¹⁰²⁾ は CPM におけるアクティビティの時間費用関係を任意にする試みをしているが、資源の操作に関する表現が十分ではない。Wiest¹⁶⁹⁾, Zangwill¹⁷⁷⁾, Pritsker¹²²⁾, Davis²⁷⁾, Growston⁵¹⁾ は主にスケジューリング理論に基づいて、資源利用数量の制約を考慮する方法を検討している。しかし、存置資源数量や各アクティビティに投入する資源数量を固定して与えているので、やはり施工段取に関する表現が十分でない。Galbreath⁴⁶⁾, Bennett¹⁵⁾ は必ずしもネットワーク手法に基づかないで、ある種のアルゴリズムによって近似的に最適な資源操作方法を得る方法を提案しているが、最

適性の理論的裏づけが明らかにされていない。

これらの研究とは別の立場で、制御工学の分野で主に発展した最適制御理論を一般的な計画・管理問題に応用する試みがなされつつある。^{61), 62), 165)} ただし、最適制御理論自体が発展過程にあり、現実的な問題を解くには多くの制約が存在するので、現時点では簡単なモデルを対象としたものがほとんどである。ここでは、オペレーションズ・リサーチの問題に対する最適制御理論の応用という立場に属するものとして、多段決定過程モデルを利用した工程計画最適化問題の定式化を試みる。

1.3 多段決定過程としての定式化

(1) 多段決定過程^{20), 38)}

一般的な多段決定過程（離散型最適制御問題）は図1-5に示すように、直列につながった N 個のステージで表わされる。

図1-5において、 θ^n 、 x^n 、 U^n 、（ $n = 1, 2, \dots, N$ ）をそれぞれ第 n ステージにおける操作変数（Control or Decision Variable）、状態変数（State Variable）、外乱（Disturbance）とする。

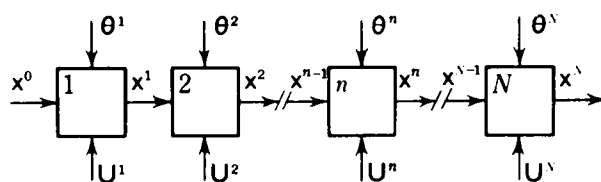


図1-5 多段決定過程

$$\left. \begin{aligned} \theta^n &= (\theta_1^n, \theta_2^n, \dots, \theta_m^n)^T \\ x^n &= (x_1^n, x_2^n, \dots, x_l^n)^T \\ U^n &= (U_1^n, U_2^n, \dots, U_k^n)^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1-14)$$

注3)

θ^n は外部から自由に操作しうる変数であり、 x^n は θ^n を通じてのみ操作しうる変数であり、 U^n は全く制御できない変数である。これらの変数は次の状態方程式により関係づけられる。

$$x^n = f^n(x^{n-1}, \theta^n, U^n) \dots\dots\dots (1-15)$$

注3) ()^T : 転置行列を表わす。

上式の境界条件が次式で与えられる。

$$\text{初期条件: } M(x^0) = 0 \quad \dots\dots\dots (1-16)$$

$$\text{終端条件: } N(x^N) = 0 \quad \dots\dots\dots (1-17)$$

現実の問題には境界条件の他に次のような制約条件が存在する場合が多い。

$$C^n(\theta^n) \leq 0 \quad \dots\dots\dots (1-18)$$

$$g^n(x^{n-1}, \theta^n) \leq 0 \quad \dots\dots\dots (1-19)$$

$$h^n(x^{n-1}, \theta^n) = 0 \quad \dots\dots\dots (1-20)$$

式(1-15)～(1-20)の条件のもとで、次式で表わされる目的関数の極値を与える操作変数 θ^n を求める問題が多段決定過程と称される。

$$J = \phi(x^N) \rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (1-21)$$

(2) 工程計画最適化問題の定式化

a) 工程の表現

作業条件の定義に際して述べたように、全体工期 T を工期単位 JT で区切って N 個の段階で表わす。この工期単位を図1-5における1つのブロックとみて、工程の推移を離散的な N 個のステージで表現し、多段決定過程モデルを適用する。

b) 外乱 U^n

工程上の作業条件が外乱に相当する。外乱は本来不確定変数であるが、本章では前述の4種類の作業条件が工程上の各ステージおよび各アクティビティごとに確定的に与えられるとする。

c) 操作変数 θ^n

操作変数は多段決定過程において自由に操作しうる変数であると同時に、最適化問題としての解を求める変数(決定変数)である。SOTでは、与えられた条件のもとで最小費用の施工段取(工程上における資源の操作方法)を選定することを試みているから、施工段取が操作変数に相当する。施工段取は次の2種類の変数により表わされる。

q_i^n : 第 n ステージにおける資源 i の現場存置数量

v_j^n : 第 n ステージにおけるアクティビティ j に対する作業グループ投入数量

したがって，操作変数は次のように選ばれる。

$$\theta^n = \left(\begin{matrix} q^n \\ v^n \end{matrix} \right), \quad \begin{matrix} q^n = (q_1^n, q_2^n, \dots, q_M^n)^T \\ v^n = (v_1^n, v_2^n, \dots, v_L^n)^T \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} q^n \\ v^n \end{matrix}} \right\} \dots\dots\dots (1-22)$$

ここで， M : 資源の総種類数， L : 総アクティビティ数とする。

d) 出来高の計算

出来高の定義および作業条件データを用いて，第 n ステージ・アクティビティ j における 1 作業グループ当り出来高 W_j^n が次式で与えられる。

$$W_j^n = WII_j^n \cdot RH_j^n \cdot J T \cdot UD_j^n \cdot UC_j^n (T \cdot 100(\%) \dots\dots\dots (1-23)$$

第 n ステージ・アクティビティ j における累積出来高 r_j^n は次式で表わされる。

$$r_j^n = r_j^{n-1} + W_j^n \cdot v_j^n \dots\dots\dots (1-24)$$

第 n ステージまでの全累積出来高 x_i^n は次式で与えられる。

$$\left. \begin{matrix} x_i^n = x_i^{n-1} + \sum_j (W_j^n \cdot v_j^n), \\ x_i^N = 100(\%) \end{matrix} \right\} \dots\dots\dots (1-25)$$

e) 費用の計算

前述の資源単価成分の分類に従って，第 n ステージで生じる費用がそれぞれ次のように求められる。

・固定費用 : $\sum_i (CD_i \cdot J T \cdot q_i^n)$

・稼働費用 : $\sum_j (CW_j^n \cdot v_j^n)$

ここで， $(W_j^n$ ：第 n ステージ・アクティビティ j における 1 作業グループ当り稼働費用であり次式で表わされる。

$$CW_j^n = \sum_i \{ \sum_k (QR_{ik} \cdot UR_{ik} \cdot QRG_{kl}) \cdot CHI_i \cdot RII_j^n \cdot J \cdot T \cdot UD_j^n \} \quad (j \in A_I) \quad \dots\dots\dots (1-26)$$

・搬入費用： $\sum_i (CI_i \cdot V[q_i^n - q_i^{n-1}])$

ただし

$$V[x] = x : x \geq 0, \quad V[x] = 0 : x \leq 0 \quad \dots\dots\dots (1-27)$$

・搬出費用： $\sum_i (CE_i \cdot V[q_i^{n-1} - q_i^n])$

以上の費用を加えて，第 n ステージまでの全累積費用 x_2^n が次式で与えられる。

$$x_2^n = x_2^{n-1} + \sum_i \{ CD_i \cdot J \cdot T \cdot q_i^n + CI_i \cdot V[q_i^n - q_i^{n-1}] + CE_i \cdot V[q_i^{n-1} - q_i^n] \} + \sum_j \{ CW_j^n \cdot v_j^n \} \quad \dots\dots\dots (1-28)$$

f) 状態変数と状態方程式

式(1-24)，(1-25)，(1-28)が式(1-15)に示した状態方程式に対応する。式(1-24)，(1-25)における r_j^n と x_1^n には次の関係がある。

$$x_1^n = \sum_j r_j^n \quad \dots\dots\dots (1-29)$$

したがって， x_1^n と r_j^n は古典力学におけるホロノームな関係にある状態変数であり，一方は不要である。¹⁴¹⁾ 後述するアクティビティ間の順序関係の制約を表わすためには r_j^n が必要なため， r_j^n を状態変数に選ぶ。次に，式(1-28)には $(n-1)$ ステージの操作変数 q_i^{n-1} が含まれており，式(1-15)の関係になっていない。そこで次のような仮想的操作変数 u_i^n を導入し， q_i^n を状態変数とする。³⁸⁾

$$u_i^n = q_i^n - q_i^{n-1}, (q_i^n = q_i^{n-1} + u_i^n) \quad \dots\dots\dots (1-30)$$

具体的には u_i^n が搬入 ($u_i^n > 0$) または搬出 ($u_i^n < 0$) された資源数量を表わす。以上のことをまとめると以下の通りである。

• 操作変数

$$\theta^n = \begin{pmatrix} u^n \\ v^n \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} u^n = (u_1^n, \dots, u_M^n)^T \\ v^n = (v_1^n, \dots, v_L^n)^T \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} u^n \\ v^n \end{matrix}} \right\} \dots \dots \dots (1-31)$$

• 状態変数

$$x^n = \begin{pmatrix} q^n \\ r^n \\ x_2^n \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} q^n = (q_1^n, \dots, q_M^n)^T \\ r^n = (r_1^n, \dots, r_L^n)^T \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} q^n \\ r^n \end{matrix}} \right\} \dots \dots \dots (1-32)$$

• 状態方程式

$$q_i^n = q_i^{n-1} + u_i^n, \quad (i=1, \dots, M) \quad \dots \dots \dots (1-33)$$

$$r_j^n = r_j^{n-1} + W_j^n \cdot v_j^n, \quad (j=1, \dots, L) \quad \dots \dots \dots (1-34)$$

$$x_2^n = x_2^{n-1} + \sum_i \{ CD_i \cdot J \cdot T \cdot (q_i^{n-1} + u_i^n) + CI_i \cdot V[u_i^n] \\ + CE_i \cdot V[-u_i^n] \} + \sum_j (CW_j^n \cdot v_j^n) \quad \dots \dots \dots (1-35)$$

• 状態方程式境界条件

$$\left. \begin{matrix} q_i^0 = 0, \quad (i=1, \dots, M) \\ r_j^0 = 0, \quad (j=1, \dots, L) \\ x_2^0 = 0 \end{matrix} \right\} \dots \dots \dots (1-36)$$

$$r_j^N = TC_j, \quad (j=1, \dots, L) \quad \dots \dots \dots (1-37)$$

式(1-37)は、施工終了点ではすべてのアクティビティが遂行され終わっていなければならないことを表わす。

g) 制 約 条 件

工程上の資源操作方法に関して、以下のような制約条件が存在する。

①その工事で利用可能な資源の数量に限界がある。

$$0 \leq q_i^n \leq QM_i, \quad (i=1, \dots, M) \quad \dots \dots \dots (1-38)$$

ここで QM_i : 資源 i の利用可能数量とする。

②工程上の各時点で稼働している資源の総数量が，その現場に存置されている資源数量以下でなければならない。

$$\sum_j D_{il} \cdot v_j^n \leq q_i^n, (j \in A_l, i=1, \dots, M) \quad \dots\dots\dots (1-39)$$

ここで D_{il} : 作業グループ l が 1 セット稼働するために必要な資源 i の数量であり，次式で表わされる。

$$\begin{aligned} D_{il} &= \sum_k (QR_{ik} \cdot UR_{ik} \cdot QRG_{kl}) && : i \text{ が共用可能な資源} \\ &= \sum_k (QR_{ik} \cdot QRG_{kl}) && : i \text{ が共用可能でない資源} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\sum_k} \right\} \dots (1-40)$$

③各アクティビティに対する作業グループの投入数量に限界がある。(図 1-4 参照)

$$0 \leq v_j^n \leq VM_j^n, (j=1, \dots, L) \quad \dots\dots\dots (1-41)$$

④各アクティビティの累積出来高は各アクティビティの総出来高を越えることができない。

$$r_j^n \leq TC_j, (j=1, \dots, L) \quad \dots\dots\dots (1-42)$$

⑤アクティビティ間の順序関係の制約が守られる必要がある。

$$v_j^n \cdot (r_k^{n-1} - TC_k) = 0, (k \in P_j, j=1, \dots, L) \quad \dots\dots\dots (1-43)$$

ここで P_j : アクティビティ j を開始する以前に終了していなければならないアクティビティ(先行アクティビティ)の集合とする。式(1-43)は，先行アクティビティの前のステージまでの累積出来高 r_k^{n-1} が総出来高 TC_k に等しくなったとき，すなわち先行アクティビティが終了したとき，アクティビティ j に対する作業グループの投入数量 v_j^n が正になりうる(作業が開始できる)ことを表わす。

以上に述べた制約条件は一般的なもののだけであるが，第 8 章で述べるように各工事ごとに個有の制約条件を考慮することも容易に可能である。

h) 目的関数

序論の式(1)に関して述べたように，工事全体費用を最小にする施工段取を選定することが SOT における評価基準であるから，目的関数 J が次のように定式化される。

$$J = x_i^N + \sum_i (CE_i \cdot q_i^N) \rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (1-44)$$

ただし上式中の右辺第 1 項が最終累積費用を，第 2 項が最後まで現場に存置された資源の搬出費用を表わし，両者の和が工事全体費用に相当する。

以上で，工程計画最適化問題における制約条件と目的関数のすべてが多段決定過程として定式化されたことになる。

(3) 結論と考察

前節までで，機械化土工における工程計画最適化問題が「与えられた条件のもとで最小費用の施工段取を決定する問題」として数学的に定式化された。すなわち，式(1-33)～(1-43)の制約条件のもとで，式(1-44)を最小にする操作変数(資源搬入搬出数量と作業グループ投入数量)を求める多段決定過程として，工程計画最適化問題が定式化された。本論文で述べる SOT を実際の工事に適用する際には，より多くの要素を考慮した定式化を行う必要があると推察されるが，基本的には本章の定式化を拡張することにより，多くの現実的な問題を処理することができると考えられる。

建設工事施工の工程計画最適化問題は在庫管理問題やスケジューリング問題などの複雑な問題を含んでいる。そして，現段階の在庫管理理論・スケジューリング理論は現実的な規模の問題を取り扱うには制約がある。本章の定式化により得られたモデルは在庫管理モデルやスケジューリング・モデルよりは一般的であり，しかもこれらのモデルと比較して数値解を得ることが容易である。

本章の定式化において最も強調されるべきことは，最適化問題が標準化しやすい性格のデータだけで表わされていることである。たとえば PERT 系手法におけるように，各アクティビティに投入する資源数量などの，在庫管理問題やスケジューリング問題を含む複雑な配慮を必要とするデータを与える必要がない。本章で定式化された工程計画最適化問題の数値解が得られるならば，各建設工事に個有のデータ(作業数量，作業順序関係など)と，蓄積された標準的なデータ(作業能力，資源単価成分など)を与えるだけで，その条件のもとで最も経済的な施工段取に裏づけられた工程計画案が自動的に得られることになる。このようにして得られた工程計画案に対して，技術者の経験などに基づく現実的な配慮が加えられることにより，いわゆる最適工程計画を決定することができるであろう。また，工法や工期などの条件を変えて，このような操作を繰り返すことにより，定量的な評価に基づく施工計画の最適化が実現され，施工計画や管理の合理化に寄与しうると推察される。

1.4 結 論

建設工事施工の工程計画における意思決定問題は，在庫管理問題やスケジューリング問

題などの複雑な側面をもつ。これらの問題が従来は別々に取り扱われてきた。本章では、施工段取（工程上における施工機械や作業員などの操作方法）に注目することにより、これらの問題を有機的に関連づけた、工程計画の意思決定に関するより一般的な表現方法を得た。本章で得られた主な結果は以下の通りである。

(1) 工程計画における意思決定問題の内容を明らかにするために、資源（施工機械や作業員など）、資源グループ・作業グループ（資源の組合わせ方法）、オペレーション・アクティビティ（作業）といった要素を導入し、これらを明確に定義した。これらの要素を用いて、作業条件や施工の出来高、費用などの、より現実に近い評価方法を示した。

(2) 以上の準備に基づいて、与えられた条件のもとで最小費用の施工段取を決定する多段決定過程として、工程計画最適化問題を現実に近い形で定式化した。特に、操作変数や状態変数などの最適制御理論における表現方法を用いて施工段取を直接的に評価することにより、在庫管理やスケジューリングなどの問題を含む工程計画の意思決定問題が最適化問題として統一的かつ客観的に表現されることを示した。

(3) 施工現象を忠実に表現するという意図に基づいて本章の定式化を行った結果、工程計画最適化問題を構成する目的関数（評価基準）、制約条件式、決定変数は、いずれも基本的な性格のものである。このため、本章の定式化が施工計画や管理の意思決定に関する 1 つの基礎的な表現手段を提供している。

(4) (3)に関連して、工程計画最適化問題の定式化に必要なデータは、複雑な配慮をほとんど必要としない基本的なデータだけである。したがって、本章で定式化された工程計画最適化問題が解かれるならば、基本的なデータを与えるだけで、最も経済的な施工段取に裏づけられた工程計画案を自動的に得ることができることになる。また、これらのデータの大半が標準化しやすい性格をもつため、本章の定式化の考え方が工程計画作業の規格化・標準化に役立つと考えられる。

(5) 従来は、工程計画と費用の見積りが必ずしも密接に結合されていなかったために、工程計画作成の基準や、見積りの根拠が十分に明確ではなかった。本章では、工事全体費用を最小にする施工段取に裏づけられた工程計画案の選定を試みることににより、工程計画と見積りを有機的に結びつけることができた。このような、費用の評価に基づく工程計画案の選定作業は動的見積りと称することができる。

以上に述べたことから、本論文で述べる SOT が施工計画や管理の合理化に寄与しうると判断される。本章で定式化された工程計画最適化問題の数値解を得る方法は第 2，3 章で述べる。

本章では機械化土工工事を主な対象として上述の定式化を行ったが、必要に応じて多少の修正を加えることにより、施工段取が工程計画における支配的な要素となる一般的な建

設工事に対して，本章の考え方を適用できることが明らかである。

記 号 一 覧

本章で用いた記号の一覧表を以下に示す。以下の記号は第 4 章を除き，本論文を通じて共通の意味で用いられる。

- A_l : オペレーション l に属するアクティビティの集合，
- CD_i : 資源 i の固定単価 (円/日)，
- CE_i : 資源 i の搬出単価 (円/回)，
- CH_i : 資源 i の稼働単価 (円/時間)，
- CI_i : 資源 i の搬入単価 (円/回)，
- CO_l : 作業グループ l の 1 作業グループ・時間当り費用 (式 1 - 8)，
- CT : 全直接費金額 (式 1 - 10)，
- CW_j^n : 第 n ステージ・アクティビティ j における 1 作業グループ当り稼働費用 (式 1 - 26)，
- D_{il} : 作業グループ l における資源 i の必要存置数量 (式 1 - 40)，
- J : 全体費用を表わす目的関数 (式 1 - 44)，
- L : アクティビティ総数，
- M : 資源種類総数，
- N : ステージ総数 (式 1 - 5)，
- NA_l : オペレーション l に属するアクティビティの個数，
- P_j : アクティビティ j の先行アクティビティの集合，
- q_i^n : 第 n ステージにおける資源 i の存置数量 (式 1 - 30)，
- $q^n = (q_1^n, \dots, q_M^n)^T$
- QA_j : アクティビティ j の作業数量，
- QM_i : 資源 i の利用可能数量 (式 1 - 38)，
- QO_l : オペレーション l の作業数量 (式 1 - 4)，
- QR_{ik} : 資源グループ k における資源 i の数量，
- QRG_{kl} : 作業グループ l における資源グループ k の数量，
- r_j^n : 第 n ステージにおけるアクティビティ j の累積出来高 (式 1 - 24)，
- $r^n = (r_1^n, \dots, r_L^n)^T$

- RII_j^n : 第 n ステージ・アクティビティ j における 1 日当り実稼働時間 ,
 T : 全体工期 ,
 TC_j : アクティビティ j の総出来高 (式 1 - 12) ,
 I^n : 第 n ステージにおける外乱 ,
 u_i^n : 第 n ステージにおける資源 i の搬入 ($u_i^n > 0$) または搬出 ($u_i^n < 0$) 数量 ,
 $u^n = (u_1^n, \dots, u_M^n)^T$
 UC_j : アクティビティ j の作業数量当り単価 (式 1 - 11) ,
 UD_j^n : 第 n ステージ・アクティビティ j における月当り稼働日数率 ,
 UO_l : オペレーション l の作業数量当り単価 (式 1 - 9) ,
 UR_{ik} : 資源グループ k における資源 i の稼働時間率 ,
 v_j^n : 第 n ステージ・アクティビティ j における作業グループ投入数量 ,
 $v^n = (v_1^n, \dots, v_L^n)^T$
 VM_j^n : 第 n ステージ・アクティビティ j における作業グループ最大投入数量 (図 1 - 4 , 式 1 - 41) ,
 W_j^n : 第 n ステージ・アクティビティ j における 1 作業グループ当り出来高 (式 1 - 23) ,
 WH_j^n : 第 n ステージ・アクティビティ j における 1 作業グループ・時間当り作業能力 (図 1 - 4) ,
 WR_{il} : 作業グループ l における資源 i の稼働数量 (式 1 - 7) ,
 x^n : 第 n ステージにおける状態変数 (式 1 - 15) ,
 x_1^n : 第 n ステージにおける全累積出来高 (式 1 - 25) ,
 x_2^n : 第 n ステージにおける全累積費用 (式 1 - 28 または 式 1 - 35) ,
 J^T : 工期単位 (式 1 - 5) ,
 θ^n : 第 n ステージにおける操作変数。

第2章 こう配法による工程計画の最適化

2.1 緒 論

第1章で述べた工程計画最適化問題の定式化を通じて、工程計画における多面的な意思決定問題が「与えられた条件のもとで最小費用の施工段取を決定する問題」として統一的に、より現実に近い形で定式化された。本章では、この工程計画最適化問題の具体的な数値解を得ることを試みる。先に示した多段決定過程としての工程計画最適化問題の定式化は最適制御理論の適用を意図したものであるので、初めに最適制御理論における各手法の適用可能性について検討する。そして実際には、こう配法の適用が最も一般的と判断されるので、こう配法を用いた数値計算方法および計算結果について詳述する。¹⁴⁷⁾

2.2 最適制御理論の適用

(1) 最適制御問題

変分問題における一形式として、式(2-1)の微分方程式で表わされる状態方程式の制約条件のもとで、汎関数である式(2-2)の極値を与える操作変数 $\theta(t)$ を求める問題が一般に最適制御問題と称される。^{47),126),157)}

$$dx(t)/dt = f\{x(t), \theta(t), U(t)\} \quad , (t_0 \leq t \leq t_f) \quad \cdots \cdots \cdots (2-1)$$

$$J = \phi\{x(t_f)\} \rightarrow \min \quad \cdots \cdots \cdots (2-2)$$

ここで、 $x(t)$: 状態変数、 $U(t)$: 外乱、とする。操作変数としては自由に操作しうる変数が、外乱としては全く操作しえない変数が、それぞれ選ばれる。式(2-1)を式(2-3)で、式(2-2)を式(2-4)で置き換えた最適化問題が離散型最適制御問題または多段決定過程と称される。(図1-5 参照)

$$x^n = f^n(x^{n-1}, \theta^n, U^n) \quad \cdots \cdots \cdots (2-3)$$

$$J = \phi(x^N) \rightarrow \min \quad \cdots \cdots \cdots (2-4)$$

$$\text{操作変数: } \theta^n = (\theta_1^n, \theta_2^n, \dots, \theta_m^n)^T \quad \cdots \cdots \cdots (2-5)$$

$$\text{状態変数: } x^n = (x_1^n, x_2^n, \dots, x_l^n)^T \quad \cdots \cdots \cdots (2-6)$$

$$\text{外 乱: } U^n = (U_1^n, U_2^n, \dots, U_k^n)^T \quad \cdots \cdots \cdots (2-7)$$

状態方程式の境界条件は式(1-16), (1-17)で表わされる。また, 実際の問題には, 式(1-18)~(1-20)で表わされるような制約条件がある場合が多い。これらの制約条件のうち, 操作変数だけからなる式(1-18)の制約条件式を処理することは容易である。しかし, 式(1-19), (1-20)のように状態変数を含む制約条件式が存在する最適制御問題の数値解を求めることは比較的難解な問題とされている。^{20), 65)}

(2) 各手法の適用可能性

離散型最適制御問題に対する最適化手法としては離散型最大原理(Discrete Maximum Principle ; DMP), ダイナミック・プログラミング(Dynamic Programming ; DP), こう配法(Gradient Technique)など多数の手法が開発されている。これらの手法の詳細については省略するが, 対象である問題の特性に応じて適用する手法を選択する必要がある。¹⁶¹⁾

a) 離散型最大原理(DMP)^{30), 143), 157)}

DMPは最適操作変数 θ^n に対して, 後出の式(2-8)~(2-11)で定義されるハミルトニアン(Hamiltonian) H^n が各ステージで停留値をとる必要があることを保証する。工程計画最適化問題については, 状態方程式, 目的関数の形から, ハミルトニアンが各ステージで最小値をとることが十分条件にもなる強最大原理を適用しうる可能性も残されている^{30)~32)}。しかし連続型の場合と異なり, 状態変数制約問題に対する処理は実際に計算を行うことが困難である。さらに, 工程計画最適化問題のように状態変数の個数が多い場合には, DMPの難点である2点境界値問題に関する計算を実行することが困難である。

b) ダイナミック・プログラミング(DP)¹²⁾

DPは状態変数制約条件を含む最適制御問題に対しても有用であり, またDMPにおけるような2点境界値問題を避けることができる。しかし工程計画最適化問題のように状態変数の個数が多い場合は, 記憶容量などの制約により計算を行うことが困難である。ただし, 操作変数, 状態変数の選定に工夫を加えることにより, 工程計画最適化問題にDPを適用しうる可能性が残されているがここでは省略する²¹⁾。

c) こう配法^{35), 120), 126), 157)}

最適制御理論における変分問題に対するこう配法(こう配関数法)は変数空間におけるこう配法を関数空間に拡張したものである。こう配法の計算手順が簡単であり, DMPに

おける 2 点境界値問題を避けることができるから、最適制御問題の数値解を求めるための
 主要な方法である。また、数理計画法の分野で発展したこう配法、線形計画法などの最適
 化手法との関係から、最適制御理論と数理計画法が本質的に異なるものではないという見
 方も多数報告されている^{35), 153)}。変数空間におけるこう配法としては、1 階収束こう
 配法、2 階収束こう配法、2 次収束こう配法（共役こう配法その他）など多数の手法が提
 案されているが、これらの手法を関数空間に拡張して最適制御問題に適用する方法につい
 ても多くの成果が得られている。関数空間における各種のこう配法も、それぞれの利点・
 欠点を有するから問題ごとに適用する手法の検討が必要である。2 階収束こう配法は最適
 点付近での収束性のよい反面、1 回の試行ごとに逆行列を計算しなければならないため、
 工程計画最適化問題のように操作変数の個数が多い場合は適用が困難である。2 次収束こ
 う配法は 2 階収束こう配法における上述の欠点を除くことができるが、式（1-18）のよ
 うな操作変数に関する制約条件を単純に処理できないなどの難点が残されている¹¹⁸⁾。
 1 階収束こう配法は最適点付近での収束速度が遅くなることから全体の収束が遅くなるこ
 うな難点があるが、2 階、2 次収束こう配法における上述の欠点をもたず、また境界条件
 の処理に関する方法が提案されており、計算手順が簡単であるなどの利点をもつ一般的
 な手法である。そこで、ここでは 1 階収束こう配法（以下ではこう配法と略）を採用し、次
 節以下でその詳細を述べる。

（3） こう配法（こう配関数法）

a) こう配関数

ハミルトニアン H^n を次式で定義する。

$$H^n = (z^n)^T \cdot x^n = \sum_j (z_j^n \cdot x_j^n) \quad \dots\dots\dots (2-8)$$

$$z^n = (z_1^n, \dots, z_l^n)^T \quad \dots\dots\dots (2-9)$$

$$z_j^{n+1} = \partial H^n / \partial x_j^{n+1}, (j=1, \dots, l) \quad \dots\dots\dots (2-10)$$

$$z_j^N = \partial J / \partial x_j^N, (j=1, \dots, l) \quad \dots\dots\dots (2-11)$$

ここで、 z^n ：共変変数（Covariant Variable）とする。

こう配関数 $(\partial H^n / \partial \theta^n)$ を次式で定義する。

$$\partial H^n / \partial \theta^n = (\partial H^n / \partial \theta_1^n, \dots, \partial H^n / \partial \theta_m^n)^T \quad \dots\dots\dots (2-12)$$

$$\frac{\partial H^n}{\partial \theta_i^n} = \frac{\partial}{\partial \theta_i^n} \sum_j (z_j^n \cdot x_j^n) \quad (i=1, \dots, m) \quad \dots\dots\dots (2-13)$$

b) 計算手順 (最小値を求める場合)

- ① 操作変数 θ^n の初期値 θ_0^n を仮定する。
- ② 式 (1-16), (1-15) から x_k^n を求める。
- ③ 式 (2-11) の境界条件を用いて式 (2-10) を逆向きに計算して z_k^n を求める。
- ④ こう配関数 $(\partial H_k^n / \partial \theta_k^n)$ を求める。
- ⑤ 次式により θ_k^n を修正する。

$$\theta_{k+1}^n = \theta_k^n + \Delta \theta_k^n = \theta_k^n - \alpha_k \cdot (\partial H_k^n / \partial \theta_k^n) \quad \cdots \cdots \cdots (2-14)$$

- ⑥ 計算停止基準を満たすまで②～⑤を繰返す。

ただし式 (2-14) における比例定数 α_k の選択方法により最急降下法 (Steepest Decent Method), 単純降下法 (Simple Decent Method) などに分けられる (157)。

c) 状態変数制約条件の処理

1 階収束こう配法を利用する場合, 式 (1-18) のように操作変数のみからなる制約条件については修正こう配関数の概念を利用するか, あるいは単純に式 (2-14) で求められた新しい試行値が境界値を越える場合はその境界値をとることにすればよい (68)。しかし, 制約条件式が状態変数を含む場合には共変変数 z^n の跳躍 (jump) 現象のため解析的な処理が困難である (30), (121)。連続型最適制御問題については状態変数制約問題に関して種々の報告がなされているが (19), (84), (98), 離散型についてはペナルティ関数法以外に一般的な計算方法が提案されていない (120), (126)。そこで式 (1-19) に相当する式 (1-38), (1-39), (1-42) についてはすべてペナルティ関数法, より具体的には SUMT (Sequential Unconstrained Minimization Technique) を利用する (41)。最適制御問題における SUMT も変数空間における SUMT を関数空間に拡張したものであり, 変数空間におけるのと同様に外点法 (Exterior Point Method) と内点法 (Interior Point Method) があるが, ここでは, より基本的な外点法を利用する (41), (65)。

外点法では式 (1-19), (1-20) の制約条件式を次のように式 (1-21) の目的関数に含めて, 制約条件のない修正目的関数 $P\{\theta^n, \lambda\}$ に関する最適化問題を解く。

$$P\{\theta^n, \lambda\} = \phi(x^N) + \lambda_k \cdot \sum_{n=1}^N [\sum_j \{g_j^n(x^{n-1}, \theta^n)\}^2 + H_1 \{g_j^n(x^{n-1}, \theta^n)\} + \sum_j \{h_j^n(x^{n-1}, \theta^n)\}^2] \rightarrow \min \quad \cdots \cdots \cdots (2-15)$$

ここで, $0 < \lambda_0 < \lambda_1 < \cdots < \lambda_k$ なるパラメータとし, $\lambda_k \rightarrow \infty$ のとき制約条件を満たす真の最適解が得られる (91)。ただし, $H_1(x)$ は Heaviside の階段関数とする。

$$\left. \begin{aligned} H_k^* &= 1 : x_k = 0 \\ &= 0 : x_k = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-16)$$

d) 境界条件の処理

工程計画最適化問題は式(1-37)に示されるような終端拘束条件をもつ。終端拘束条件の処理についてはKelleyによる方法とBryson・Denhamによる方法が一般的である。

① Kelleyの方法：終端拘束条件式(1-17)をc)で述べた状態変数の等式制約条件とみなしてペナルティ関数法を適用する(77), (126)。

② Bryson・Denhamの方法：この方法は連続型最適制御問題に対して考案されたものであるが、ここでは離散型に書き換えて計算のアルゴリズムのみ引用する(18), (126), (137)。

イ) 操作変数 θ^n の初期値 θ_0^n を仮定する。

ロ) 式(1-16), (1-15)から x_k^n を求める。

ハ) 式(2-10), (2-11)から z_k^n を求める。

ニ) 式(2-17)の境界条件を用いて、式(2-18)を逆向きに計算して ZN_k^n を求める。

$$[ZN^N]^T = \partial N(x^N) / \partial x^N \dots\dots\dots (2-17)$$

$$ZN^{n-1} = \partial (HN^n)^T / \partial x^{n-1} \dots\dots\dots (2-18)$$

$$HN^n = (ZN^n)^T \cdot x^n \dots\dots\dots (2-19)$$

ホ) $\partial H_k^n / \partial \theta_k^n$ を計算する。

ヘ) $\partial (HN_k^n)^T / \partial \theta_k^n$ を計算する。

ト) 次の定数を求める。

$$\left. \begin{aligned} I_{\phi\phi} &= \sum_{n=1}^N \{ (\partial H^n / \partial \theta^n)^T \cdot (\partial H^n / \partial \theta^n) \} \\ I_{N\phi} &= \sum_{n=1}^N [\{ \partial (HN^n)^T / \partial \theta^n \}^T \cdot (\partial H^n / \partial \theta^n)] \\ I_{NN} &= \sum_{n=1}^N [\{ \partial (HN^n)^T / \partial \theta^n \}^T \cdot \{ \partial (HN^n)^T / \partial \theta^n \}] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-20)$$

チ) $N(x^N)$ を計算し、次式により ΔN を求める。

$$\Delta N = -N(x^N) \dots\dots\dots (2-21)$$

リ) Δp の値を適当に設定する。

$$(\Delta p)^2 = \sum_{n=1}^N (\Delta \theta^n)^T \cdot \Delta \theta^n \quad \dots\dots\dots (2-22)$$

ヌ) $S = (\Delta p)^2 - \Delta N^T \cdot I_{NN}^{-1} \cdot \Delta N$ を計算し, $S < 0$ の場合は $S=0$ となるように ΔN を減少させる。

ル) 次式により $\Delta \theta^n$ を求める。

$$\begin{aligned} \Delta \theta^n = & - \left\{ \frac{\partial H^n}{\partial \theta^n} \dots \frac{\partial (HN^n)^T}{\partial \theta^n} \dots I_{NN}^{-1} \cdot I_{N\phi} \right\} \\ & \cdot \left\{ \frac{(\Delta p)^2 - \Delta N^T \cdot I_{NN}^{-1} \cdot \Delta N}{I_{\phi\phi} - I_{N\phi}^T \cdot I_{NN}^{-1} \cdot I_{N\phi}} \right\}^{1/2} \\ & + \frac{\partial (HN^n)^T}{\partial \theta^n} \cdot I_{NN}^{-1} \cdot \Delta N \quad \dots\dots\dots (2-23) \end{aligned}$$

オ) 次式により θ_k^n を修正する。

$$\theta_{k+1}^n = \theta_k^n + \Delta \theta_k^n \quad \dots\dots\dots (2-24)$$

ワ) 計算停止基準を満たすまでロ)～オ)を繰り返す。

2.3 こう配法による最適化

(1) 数値計算モデル

ここでは, 表1-1～1-7および図1-3に示したモデル工事を対象として数値計算を行う。

(2) Kelleyの方法の適用

a) こう配法の適用

① 状態変数と状態方程式: 式(1-19), (1-20)の形で表わされる制約条件式を目的関数に組み込むために次の状態変数と状態方程式を新たに導入する。

$$\begin{aligned} PI^n = & PI^{n-1} + \sum_i \{ W_i [q_i^{n-1} + u_i^n - QM_i] + W_i [-q_i^{n-1} - u_i^n] + W_i [\sum_j (D_{il} \cdot v_j^n) \\ & - q_i^{n-1} - u_i^n] \} + \sum_j \{ W_j [r_j^{n-1} - W_j^n \cdot v_j^n - TC_j] \} \quad \dots\dots\dots (2-25) \end{aligned}$$

$$PE^n = PE^{n-1} + \sum_j \{ (v_j^n)^2 \cdot \sum_{k \in P_j} (r_k^{n-1} - TC_k) \} \quad \dots\dots\dots (2-26)$$

$$PE^0 = PE = 0 \quad \dots\dots\dots (2-27)$$

ここで, PI^n , PE^n がそれぞれ不等式, 等式制約条件に対するペナルティ項に相当する。

また

$$W_i(x) = x^2 \cdot H_i(x)$$

次に、外点法において資源存置数量 q_i^n が極端な負値をとり最適解から大きく外れるのを防ぐために、式(1-35)を次式のように変換する。

$$x_2^n = x_2^{n-1} + \sum_i \{ CD_i \cdot \Delta T \cdot V_i [q_i^{n-1} + u_i^n] - (CI_i \cdot V_i u_i^n + CE_i \cdot V_i - u_i^n) \} + \sum_j (CW_j^n \cdot r_j^n) \quad \dots\dots\dots (2-28)$$

② 修正目的関数：式(1-44)を次式のように変換し、かつ外点法におけるペナルティ項を加える。

$$P\{\theta^n, \lambda\} = x_2^N + \sum_i (CE_i \cdot V_i [q_i^N]) + \lambda_1 \cdot PI^N + \lambda_2 \cdot PE^N + \lambda_3 \cdot \sum_j \{(r_j^N - TC_j)^2\} \rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (2-29)$$

ただし、 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 はそれぞれのペナルティ項に対するペナルティ係数とする。

式(2-28)、(2-29)において、式(1-27)で定義した $V_i(x)$ を用いる q_i^n に関する変換は数値計算において重要である。つまり資源存置数量 q_i^n の負の値は意味をもたないにもかかわらず、式(1-35)、(1-44)のままでは q_i^n が負になると目的関数 J が減少するため、式(2-29)におけるペナルティ係数 λ_1 が小さいときは q_i^n が極端な負値をとる。式(1-28)、(1-29)のように目的関数において q_i^n の負値を評価しないことは、ペナルティ係数 λ_1 をより有効に評価することになり数値計算上効果的な処置である。

③ ハミルトニアン II^n , ($n=1, \dots, N$)

$$II^n = \sum_i (z_{q_i}^n \cdot q_i^n) + \sum_j (z_{r_j}^n \cdot r_j^n) + z_{x_2}^n \cdot x_2^n + z_{PI}^n \cdot PI^n + z_{PE}^n \cdot PE^n \quad \dots\dots (2-30)$$

④ 共変変数 z^n , ($n=1, \dots, N$)

$$z_{x_2}^n = 1, \quad z_{PI}^n = \lambda_1, \quad z_{PE}^n = \lambda_2 \quad \dots\dots\dots (2-31)$$

$$z_{q_i}^N = \partial P\{\theta^n, \lambda\} / \partial q_i^N = II[q_i^N] \cdot CE_i, \quad (i=1, \dots, M) \quad \dots\dots\dots (2-32)$$

$$\begin{aligned} z_{q_i}^{n-1} = \partial II^n / \partial q_i^{n-1} = & z_{q_i}^n + CD_i \cdot \Delta T \cdot II[q_i^{n-1} + u_i^n] \\ & + 2 \lambda_1 \cdot \{ V[q_i^{n-1} + u_i^n] - QM_i \} - V[-q_i^{n-1} - u_i^n] \\ & - V[\sum_j (D_{ij} \cdot r_j^n) - q_i^{n-1} - u_i^n], \quad (i=1, \dots, M) \quad \dots\dots\dots (2-33) \end{aligned}$$

$$z_{r_j}^N = \partial P\{\theta^n, \lambda\} / \partial r_j^N = 2 \lambda_3 \cdot (r_j^N - TC_j), \quad (j=1, \dots, L) \quad \dots\dots\dots (2-34)$$

$$z_{r_j}^{n-1} = \partial H^n / \partial r_j^{n-1} = z_{r_j}^n + 2\lambda_1 \cdot V[r_j^{n-1} + W_j^n \cdot v_j^n - TC_j] \\ + 2\lambda_2 \cdot (r_j^{n-1} - TC_j) \cdot \sum_{k \in S_j} (v_k^n)^2, \quad (j=1, \dots, L) \dots\dots\dots (2-35)$$

ただし， S_j ：アクティビティ j の後続アクティビティの集合とする。

⑤ こう配関数 $\partial H^n / \partial \theta^n$ ， $(n=1, \dots, N)$

$$\partial H^n / \partial u_i^n = z_{q_i}^n + CD_i \cdot \Delta T \cdot H[q_i^{n-1} + u_i^n] + CI_i \cdot H[u_i^n] - CE_i \\ \cdot H[-u_i^n] + 2\lambda_1 \cdot \{V[q_i^{n-1} + u_i^n - QM_i] - V[-q_i^{n-1} - u_i^n] \\ - V[\sum_j (D_{ij} \cdot v_j^n) - q_i^{n-1} - u_i^n]\}, \quad (i=1, \dots, M) \dots\dots\dots (2-36)$$

$$\partial H^n / \partial v_j^n = z_{r_j}^n \cdot W_j^n + CW_j^n + 2\lambda_1 \cdot [\sum_i D_{ij} \cdot V[\sum_k (D_{ik} \cdot v_k^n) - q_i^{n-1} \\ - u_i^n]] + W_j^n \cdot V[r_j^{n-1} + W_j^n \cdot v_j^n - TC_j] + 2\lambda_2 \cdot \{v_j^n \\ \cdot \sum_{k \in P_j} (r_k^{n-1} - TC_k)^2\}, \quad (j=1, \dots, L) \dots\dots\dots (2-37)$$

b) 凸性の検討

式(2-29)，(2-30)が $u_i^n, v_j^n, q_i^{n-1}, r_j^{n-1}$ に関する広義凸関数の和として与えられるから，ハミルトニアン，目的関数ともに広義凸関数である^{94)，99)}。式(2-34)，(2-35)に $H[x]$ ， $V[x]$ などの特異関数が含まれるためにハミルトニアンが狭義の凸性を失い，全体的最小値を与える最適解が一意的には定まらない。すなわち，同じ目的関数値をもつ最適解が複数個存在しうるわけであり，目的関数を極小にする解が唯一の最適解とはいえない。こう配法のように逐次的に最適解に近づく方法を用いると複数個の最適解のうちの1つに収束する。しかし，このようにして求められた最適解のどれもが，与えられた条件のもとで同じ値に費用を最小にする解であることはもちろんであり，これらの解のどれを選択するかは技術者の判断などの別の評価基準によらなければならない。上述のことは本章で述べるすべての手法について適用される。また以上のことから，こう配法における試行の初期値の選択が重要な意味をもつ。ただし本章の数値計算においては試行の初期値としてすべて次の値を選ぶ。

$$u_0^n = v_0^n = 0, \quad (n=1, \dots, N) \dots\dots\dots (2-38)$$

c) スケール変換

式(1-24)における出来高と，式(1-35)における実際に要する費用との間のスケールの差が大きく，収束性が悪くなるおそれがあるため，実際に要する費用を次式のように

スケール変換する⁵⁷⁾。

$$1 \text{ 円} \Leftrightarrow 100(\%) / \text{全直接費金額} (CT) \dots\dots\dots (2-39)$$

なお、工事の進行を式(1-12)，(1-13)で定義される出来高で表現することも数値計算上からは、作業数量に作業数量当り単価を用いた一種のスケール変換を行っていることになる。

d) 数値計算結果

ここでは、こう配法における前述の最急降下法、単純降下法の適用をそれぞれ試みた。これらの結果を式(2-29)における $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0.1$ の場合について図2-1に示す。ただし計算停止基準としては次式を用いた^{135)，137)}。

$$| (P\{\theta^n, \lambda\}_k - P\{\theta^n, \lambda\}_{k-1}) / P\{\theta^n, \lambda\}_k | \leq 10^{-4} \dots\dots\dots (2-40)$$

最急降下法においては佐山らによる1次元探索を行った^{135)，157)}。単純降下法においては式(2-14)における α_k の適当な初期値を与えて、 $P\{\theta^n, \lambda\}_k = P\{\theta^n, \lambda\}_{k-1}$ (失敗の試行)の場合は元の試行点に戻り、 α_k の値を $1/2$ に減少させて計算を繰り返した。また、1回の試行ごとに次式を用いて逐次的に α_k を減少させる方法は、たとえば $c=0.9$ の場合を図2-1に示すように最適点に到達する以前に見かけ上収束する可能性が強い。

$$\alpha_k = c \cdot \alpha_{k-1} \dots\dots\dots (2-41)$$

最急降下法と単純降下法を比較してみると、一般的に試行回数があまり変わらないにもかかわらず(したがって計算量は最急降下法の方が多い)、最終的には単純降下法がより最小値に到達する場合が多かった。以上のことから、工程計画最適化問題については、単純降下法において式(2-41)の $c = 1.0$ とする方法が最も有効のようである。ただし $\lambda_1 \sim \lambda_3$ の値を増加させた場合、これらのどの方法も、最適解に近づくにつれて収束速度がきわめて遅くなるという、1階収束こう配法における前述の欠点が顕著になり、収束速度の改善については検討の余地が多い。たとえば $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1.0$ とした場合、単純降下法において約600回の試行を繰り返しても式(2-40)を満たす解が得られ

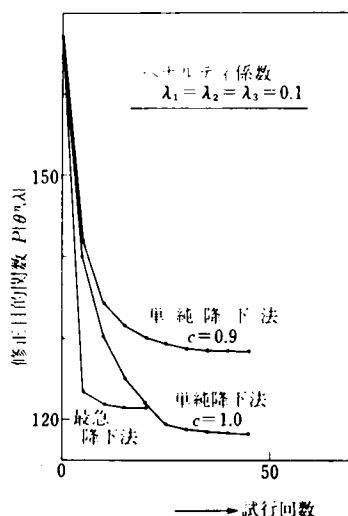


図 2 - 1

なかった。そこで、ある収束計算で300回の試行を繰り返しても式(2-40)を満たす解が得られない場合は収束計算を打ち切り、便宜的にその点を最小点とみなし、ペナルティ係数の値を増加させて次の収束計算を行った。

常に $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$ とし、逐次的にペナルティ係数を10倍ずつ増加させて収束計算を行った結果を図2-2に示す。またペナルティ係数の各値に対応する出来高工程曲線を図2-3に示す。これらの結果から明らかなように、制約条件違反量 PE^N 、 PI^N および最終出来高 x_1^N の値から判断して、 $\lambda_1 = 10^4$ の場合に最適解が得られていると推定される。またペナルティ係数の値をこれ以上増加させても有効桁数の関係から、より厳密な解が得られる可能性は少ない。ただし、ペナルティ係数の各値に対する収束計算における収束計算停止基準として前述のような便宜的方法をとるにしても、式(2-40)における目的関数相対誤差のどの程度の値を計算停止基準とするかは、計算時間や計画の精度などを考慮して今後さらに検討するべき課題である。

(3) Bryson・Denham の方法の適用

等式制約条件式(1-43)を式(2-26)のように表わすと次式に示す終端拘束条件と考えることができる。

$$PE^N = 0 \quad \dots\dots\dots (2-42)$$

Kelleyの方法では、このように終端拘束条件とみなしても同じ処理を行うことになるが、Bryson・Denhamの方法では処理が異なる。ただしBryson・Denhamの方法において

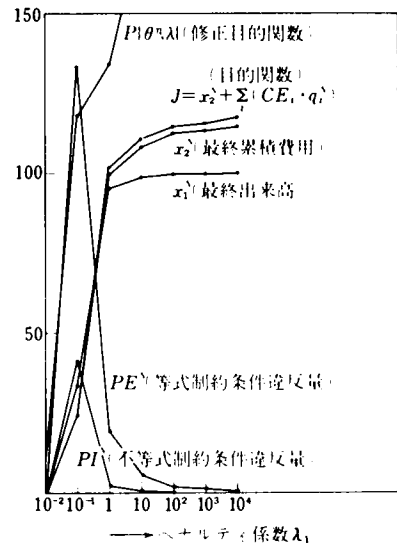


図 2 - 2

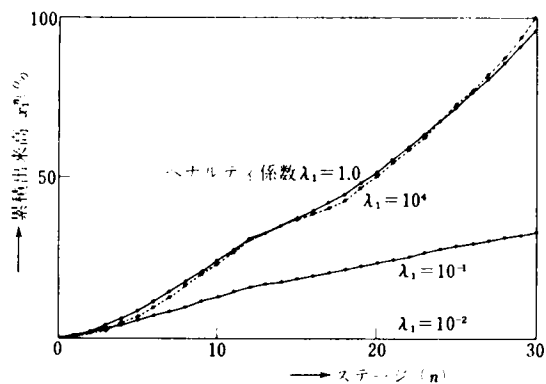


図 2 - 3

は終端拘束条件式の個数が増加すると ZN^n , $\partial(HN^n)^T/\partial\theta^n$ など記憶させる変数の個数が増加し、また式(2-23)における逆行列の計算も無視できなくなる。したがって終端拘束条件式の選定には計算効率、記憶容量などに関する配慮が必要である。ここでは以下の3つの場合に対して計算を行った。

a) ケース I

① 終端拘束条件

$$N_j = r_j^N - TC_j = 0, (j=1, \dots, L) \quad \dots\dots\dots (2-43)$$

② 修正目的関数

$$P\{\theta^n, \lambda\} = x_2^N + \sum_i (CE_i \cdot V[q_i^N]) + \lambda_1 \cdot PF^N + \lambda_2 \cdot PE^N \rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (2-44)$$

③ ハミルトニアン II^n , 共変変数 z^n , こう配関数 $\partial II^n / \partial \theta^n$

式(2-34)を次式で置き換える以外は Kelley の方法におけるのと同じである。

$$z_{r_j}^N = \partial P\{\theta^n, \lambda\} / \partial r_j^N = 0, (j=1, \dots, L) \quad \dots\dots\dots (2-45)$$

④ HN^n , ($n=1, \dots, N \cdot k=1, \dots, L$)

$$\begin{aligned} HN_{k^n}^n = & \sum_i \{ (ZN_{kq_i}^n \cdot q_i^n) + \sum_j (ZN_{kr_j}^n \cdot r_j^n) \} + ZN_{kx_2}^n \cdot x_2^n \\ & + ZN_{kPF}^n \cdot PF^n - ZN_{kPE}^n \cdot PE^n \quad \dots\dots\dots (2-46) \end{aligned}$$

⑤ ZN^n , ($n=1, \dots, N \cdot k=1, \dots, L$)

$$ZN_{kx_1}^n = ZN_{kPF}^n = ZN_{kPE}^n = 0 \quad \dots\dots\dots (2-47)$$

$$ZN_{kq_i}^n = 0, (i=1, \dots, M) \quad \dots\dots\dots (2-48)$$

$$ZN_{kr_j}^n = \delta_{kj}, (j=1, \dots, L) \quad \dots\dots\dots (2-49)$$

ここで δ_{kj} : クロネッカーのデルタとする。

⑥ $\partial(HN^n)^T / \partial \theta^n$, ($n=1, \dots, N \cdot k=1, \dots, L$)

$$\partial HN_{k^n}^n / \partial u_i^n = 0, (i=1, \dots, M) \quad \dots\dots\dots (2-50)$$

$$\partial HN_{k^n}^n / \partial v_j^n = W_{j^n} \cdot \delta_{kj}, (j=1, \dots, L) \quad \dots\dots\dots (2-51)$$

すなわち次式が成立する。

$$\frac{\partial (HN^n)^T}{\partial \theta^n} = \begin{bmatrix} W_1^n & 0 \\ 0 & W_2^n \\ 0 & W_L^n \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2-52)$$

⑦ $J\theta^n$, ($n=1, \dots, N$) : $\partial (HN^n)^T / \partial \theta^n$ が式(2-52)に示したように対角行列で与えられるので、式(2-23)が次式のように簡単に求まる。

$$J u_i^n = -C \cdot \partial H^n / \partial u_i^n, \quad (i=1, \dots, M) \dots\dots\dots (2-53)$$

$$J v_j^n = -C \cdot \left\{ \frac{\partial H^n}{\partial v_j^n} - W_j^n \cdot \sum_{n=1}^N \left(W_j^n \cdot \frac{\partial H^n}{\partial v_j^n} \right) / \sum_{n=1}^N (W_j^n)^2 \right\} \\ + W_j^n \cdot J N_j / \sum_{n=1}^N (W_j^n)^2, \quad (j=1, \dots, L) \dots\dots\dots (2-54)$$

$$C = \left[\frac{(Jp)^2 - \sum_j \left\{ J N_j^2 / \sum_{n=1}^N (W_j^n)^2 \right\}}{\sum_{n=1}^N \left\{ \sum_i \left(\frac{\partial H^n}{\partial u_i^n} \right)^2 + \sum_j \left(\frac{\partial H^n}{\partial v_j^n} \right)^2 \right\} - \sum_j \left[\left\{ \sum_{n=1}^N \left(W_j^n \cdot \frac{\partial H^n}{\partial v_j^n} \right) \right\}^2 / \sum_{n=1}^N (W_j^n)^2 \right]} \right]^{1/2} \dots\dots\dots (2-55)$$

⑧ 数値計算結果：式(2-22)における Jp の選択には佐山らによる方法を用いた(137), (157)。ペナルティ係数 $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.1$ とした場合の収束の様子を図2-4に示す。ただし図2-4において失敗の試行は含まれていない。また計算停止基準としては式(2-40)と次式が同時に満足されることを用いた。

$$|N_j| = |r_j^N - TC_j| \leq 10^{-1}, \quad (j=1, \dots, L) \dots\dots\dots (2-56)$$

常に $\lambda_1 = \lambda_2$ として、ペナルティ係数を逐次的に10倍ずつ増加させて収束計算を行った結果を図2-5に示す。またペナルティ係数の各値に対応する出来高工程曲線を図2-6に示す。Kelleyの方法においてこの配法を適用した場合と異なり、ペナルティ係数の各値に対する収束計算は100回前後の試行で式(2-40), (2-56)を満足した。

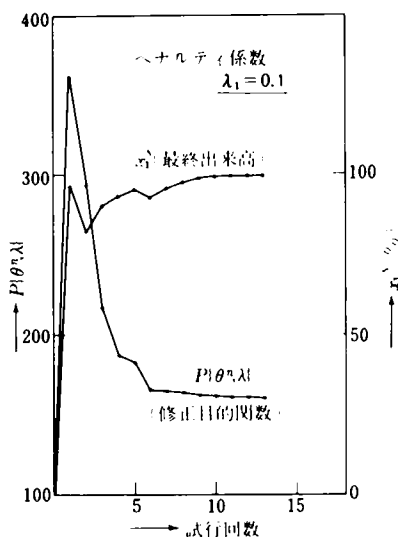


図 2 - 4

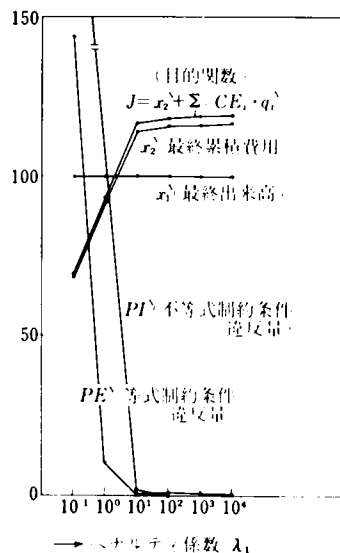


図 2 - 5

b) ケース II

① 終端拘束条件

$$N_j = r_j^N - TC_j = 0,$$

$$(j=1, \dots, L) \dots (2-57)$$

$$N_{(L+1)} = PE^N = 0 \quad (2-58)$$

② 修正目的関数

$$P(\theta^n, \lambda) = x_2^N + \sum_i (CE_i$$

$$\cdot V[q_i^N]) + \lambda_1 \cdot PT^N$$

$$\rightarrow \min \dots (2-59)$$

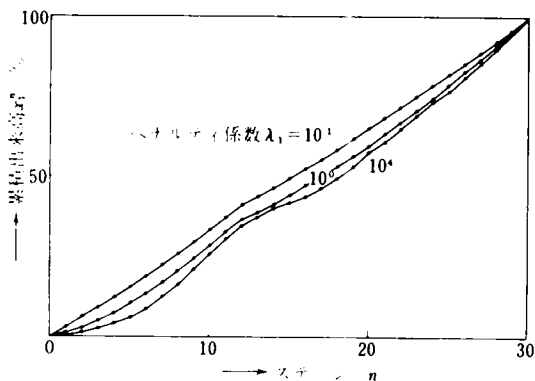


図 2 - 6

③ $z^n, \partial H^n / \partial \theta^n, (n=1, \dots, N)$: 式 (2-31) ~ (2-37) のうち対応する式を次式で置き換える。

$$z_{PE}^n = 0 \dots \dots \dots (2-60)$$

$$z_{r_j}^N = 0, (j=1, \dots, L) \dots \dots \dots (2-61)$$

$$z_{r_j}^{n-1} = z_{r_j}^n + 2\lambda_1 \cdot V[r_j^{n-1} + W_j^n \cdot v_j^n - TC_j], (j=1, \dots, L) \dots \dots \dots (2-62)$$

$$\begin{aligned} \partial H^n / \partial v_j^n = & z_{rj}^n \cdot W_j^n + C W_j^n + 2 \lambda_1 \cdot \left\{ \sum_i (D_{ii} \cdot V \left[\sum_k (D_{ik} \cdot v_k^n) - q_i^{n-1} - u_i^n \right] \right. \\ & \left. + W_j^n \cdot V \left[r_j^{n-1} + W_j^n \cdot v_j^n - TC_j \right] \right\}, \quad (j=1, \dots, L) \quad \dots\dots\dots (2-63) \end{aligned}$$

④ $ZN^n, (n=1, \dots, N)$: ケース I の式 (2-47) ~ (2-49) に次式を付け加える。

$$ZN_{(L+1)s_i}^n = ZN_{(L+1)PI}^n = 0 \quad \dots\dots\dots (2-64)$$

$$ZN_{(L+1)q_i}^n = 0, \quad (i=1, \dots, M) \quad \dots\dots\dots (2-65)$$

$$ZN_{(L+1)r_j}^n = 0, \quad (j=1, \dots, L) \quad \dots\dots\dots (2-66)$$

$$\begin{aligned} ZN_{(L+1)r_j}^{n-1} = & ZN_{(L+1)r_j}^n + 2(r_j^{n-1} - TC_j) \cdot \sum_{k \in S_j} (v_k^n)^2, \\ & (j=1, \dots, L) \quad \dots\dots\dots (2-67) \end{aligned}$$

⑤ $\partial(HN^n)^T / \partial \theta^n, (n=1, \dots, N)$: ケース I の式 (2-50), (2-51) に次式を付け加える。

$$\partial HN_{(L+1)}^n / \partial u_i^n = 0, \quad (i=1, \dots, M) \quad \dots\dots\dots (2-68)$$

$$\begin{aligned} \partial HN_{(L+1)}^n / \partial v_j^n = & ZN_{(L+1)r_j}^n \cdot W_j^n + 2 v_j^n \cdot \sum_{k \in P_j} (r_k^{n-1} - TC_k)^2, \\ & (j=1, \dots, L) \quad \dots\dots\dots (2-69) \end{aligned}$$

すなわち次式が成立する。

$$\frac{\partial(HN^n)^T}{\partial \theta^n} = \begin{bmatrix} W_1^n & 0 & \frac{\partial HN_{(L+1)}^n}{\partial v_1^n} \\ & \vdots & \\ 0 & W_L^n & \frac{\partial HN_{(L+1)}^n}{\partial v_L^n} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (2-70)$$

⑥ $J\theta^n$: ケース I におけるように式 (2-53) ~ (2-55) の形で表現することもできるが、この場合は式 (2-23) の行列演算を行う方が簡便である。ただし $\partial(HN^n)^T / \partial \theta^n$ が式 (2-70) に示すような特殊な形であるため、詳細は略すが逆行列 I_{NN}^{n-1} が分割法を用いて簡単に求められる。

⑦ 数値計算結果 : 計算停止基準としては式 (2-40), (2-56) と次式が同時に満足されることを用いた。

$$N_{(L+1)} = PEN \cdot 2.5 \cdot 10^{-4} \quad \dots\dots\dots (2-71)$$

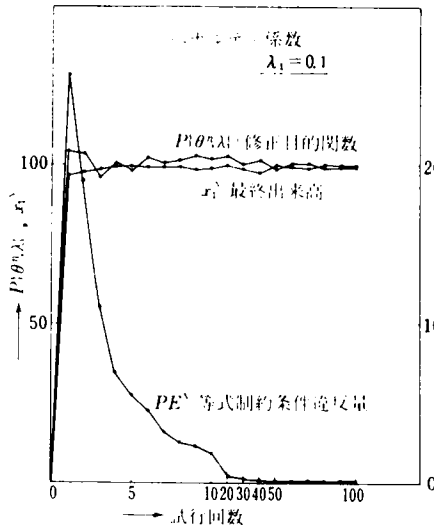


図 2-7

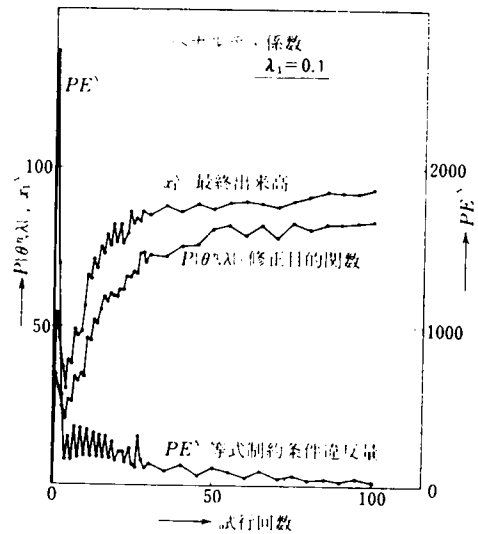


図 2-8

$\lambda_1=0.1$ の場合についての収束の様子を図 2-7 に示す。ただし、失敗の試行は含まず、また試行回数 10 回目以降は 10 回目ごとの値のみプロットした。 $\lambda_1=0.1$ の場合に式 (2-71) を満たす解を得るためには約 300 回の試行が必要であった。ケース II においてもペナルティ係数 λ_1 を逐次的に増加させる必要があるから、式 (2-42) を終端拘束条件とする方法はあまり効率がよくないようである。

c) ケース II

① 終端拘束条件

$$N = \sum_j (r_j^N - TC_j)^2, PE^N = 0 \quad (2-72)$$

② 修正目的関数

$$P\{\theta^n, \lambda\} = x_2^N + \sum_j (CE_j \cdot V) q_j^N + \lambda_1 \cdot PE^N \rightarrow \min \quad (2-73)$$

③ $z^n, \partial H^n / \partial \theta^n$: ケース II と同じである。

④ $ZN^n, \partial(HN^n)^T / \partial \theta^n, (n=1, \dots, N)$: 終端拘束条件式が式 (2-72) に示した 1 つだけなので、 $ZN^n, \partial(HN^n)^T / \partial \theta^n$ が簡単に求められるから省略する。

⑤ 数値計算結果：ペナルティ係数 $\lambda_1=0.1$ の場合についての収束の様子を図 2-8 に示す。ただし、失敗の試行は含まず、また試行回数 30 回目以降は 5 回目ごとの値のみをプロットした。計算停止基準としては式 (2-40) と次式が同時に満足されることを用

いた。

$$N = \frac{1}{f} (r_j^N - TC_j)^2 : PE^N \leq 10^{-4} \quad \dots \dots \dots (2-74)$$

図2-8からも推察されるように、約500回の試行を繰り返しても式(2-74)を満たす解が得られなかった。ケースⅢは記憶する変数の個数の少なさ、1回の試行に要する計算時間の少なさ、という点では優れているが、計算効率の面からはケースⅠ、Ⅱに比べてかなり劣っている。また、ケースⅡ、Ⅲの結果から、 PE^N を終端拘束条件に組み込むことは好ましくないようである。

(4) 各手法の比較

各手法の適用に際して述べたことをまとめると以下のようになる。終端拘束条件の処理にKelleyの方法を適用する場合には、こう配法における単純降下法が最も有効であるが、収束速度が遅く、共役こう配法などによる検討が必要である。Bryson・Denhamの方法を適用する場合にはケースⅠが最も有効であり、 PE^N を終端拘束条件に組み込むことはよい結果を得なかった。しかし、ペナルティ係数の値に応じてケースⅠとケースⅡを組み合わせたり、制約条件式に適当な重みづけを行うなど、数値計算上のより詳細な検討が必要である。工程計画最適化問題にこう配法を適用するには、ここで述べた手法以外にも種々の数値計算法がある。本章では、

こう配法の適用可能性の検討を主な目標としたので、計算効率などについては上述のように多くの問題が残されている。

図2-9にKelleyの方法、Bryson・Denhamの方法によりそれぞれ得られた結果の比較を示す。この図から明らかなように、目的関数値がほぼ同じであるにもかかわらず、2つの方法で得られた施工経路や操作変数の値にはかなりの差がある。これは、工程計画最適化問題が広義凸計画であるため

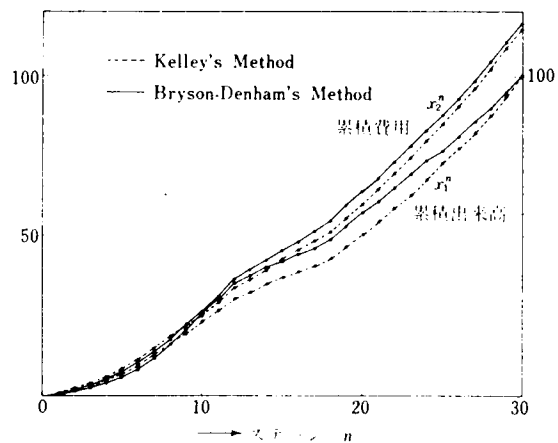


図 2 - 9

に、異なる最適解に収束した結果と解釈される。図2-3、図2-6から分かるように、Kelleyの方法においては下方から、Bryson・Denhamの方法においては上方から最適解に近づいているからである。この問題は試行の初期点の選定と併せて検討を要する課

題であるが，こう配法によると収束に要する時間が大きいために十分な検討を行うことが困難であり，計算効率の改善とともに次章で改めて検討する。

2.4 工程計画最適化問題の解

最適制御問題としての工程計画最適化問題の解は，操作変数である資源搬入搬出数量 u_i^n （したがって資源存置数量 q_i^n ）および各アクティビティに対する作業グループ投入数量 v_j^n の数値（施工段取）で与えられる。たとえば Kelley の方法による結果を表 2-1 に示す。実際には q_i^n, v_j^n が整数値で与えられる必要があるが，こう配法を用いると実数値でしか与えられない。これらの結果を実際の工程計画に応用するためには，表 2-1 のように求められた実数解を何らかの方法で整数解に改めなければならない。この作業を

表 2-1

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30		
資源存置数量 q_i^n	1	フルト D80	1.0	1.5	1.5	2.0	2.1	2.2	2.2	2.3	2.3	2.3	2.3	2.4	2.4	2.4	2.4	2.4	2.4	2.5	2.5	2.5	2.6	2.6	2.7	2.7	2.7	2.8	2.9				
	2	" D8 36A	1.0	1.5	1.5	2.0	2.1	2.2	2.2	2.3	2.3	2.3	2.3	2.4	2.4	2.4	2.4	2.4	2.4	2.5	2.5	2.5	2.6	2.6	2.7	2.7	2.7	2.8	2.9				
	3	" D8 46A	0.5	0.5	1.5	1.5	2.0	2.1	2.2	2.2	2.3	2.3	2.3	2.3	2.4	2.4	2.4	2.4	2.4	2.5	2.5	2.5	2.6	2.6	2.7	2.7	2.7	2.8	2.9				
	4	" D8 36AC	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1		
	5	スクリュー 18	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9		
	6	フルト D8 46AC	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	
	7	スクリュー 22	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9		
作業グループ投入数量 v_j^n	1	化開除根	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
	2	フルト 50mA	0.5	1.0	1.2	1.3	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	
	3	" B	0.4	0.4	1.0	1.1	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	
	4	キャリワ 100mA	0.1	0.5	0.4	1.0	1.1	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
	5	" B	0.1	0.6	1.1	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
	6	キャリワ 150mA	0.1	0.4	0.4	1.0	1.1	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
	7	" B	0.1	0.4	0.4	1.0	1.1	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
	8	キャリワ 200m	0.1	0.4	0.4	1.0	1.1	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
月		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30		
稼働日数		0.44	0.75	0.80	0.42	0.57																											

表 2-2

アクティビティ		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
資源存置数量 q_i^n	1 フルト D80	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2 " D8 36A	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	3 " D8 46A	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	4 " D8 36AC	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	5 スクリュー 18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	6 フルト D8 46AC	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	7 スクリュー 22	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
作業グループ投入数量 v_j^n	1 化開除根	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2 フルト 50mA	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	3 " B	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	4 キャリワ 100mA	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	5 " B	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	6 キャリワ 150mA	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	7 " B	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	8 キャリワ 200m	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
月		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
稼働日数		0.44	0.75	0.80	0.42	0.57																									

自動化することは整数計画法 (Integer Programming) の発展段階からみて未だ制約が多いので⁴⁸⁾、現時点では計画業務担当者が式 (1-38) 以下の制約条件を考慮しながら整数解への変換を行う方法が現実的である。この作業の際に、実際の施工管理経験に基づく判断が必要なことも明らかである。たとえば著者は、表 2-1 に基づいて表 2-2 に示す工程計画表を作成した。表 2-2 がいわゆる機械工程計画表、労務工程計画表、作業工程計画表などに相当する。

第 1 章で定式化された工程計画最適化問題について、現実的に妥当な数値解が得られることが本章で明らかにされた。したがって、SOT による費用の評価に基づく工程計画案の選定 (動的見積り) が実際に可能であることが示された。計画業務担当者が各建設工事固有のデータ (作業数量、作業順序関係など) と蓄積された標準的データ (時間当り作業能力、資源単価成分など) を与えることにより、その条件のもとで最も経済的な施工段取に裏づけられた工程計画案を自動的に得ることができる。条件として与えるデータが基本的な性格のデータだけであり、第 1 章で述べたように、計画作業中に在庫管理問題やスケジューリング問題などを含む面倒な最適化問題に関する意思決定を技術者自身で行う必要のないことを改めて強調しておく。

このようにして得られた工程計画案に対して、技術者の経験的判断などに基づく配慮が加えられることにより、合理的な根拠に基づいて工程計画を決定することができるであろう。このような操作が定量的な評価に基づく工程計画の最適化であり、施工計画や管理の合理化に寄与することができると考えられる。

2 . 5 結 論

本章で得られた主な結果は以下の通りである。

(1) 第 1 章で、機械化土工における工程計画最適化問題が多段決定過程として数学的に定式化された。この問題の数値解を得るために、本章では最適制御理論における種々の手法の適用可能性を検討し、こう配法の適用が有効であることを明らかにした。

(2) 工程計画最適化問題は状態変数に関する制約条件式を含むため、数値解を得るという点からはかなり難解な問題である。状態変数制約条件式に対しては SUMT ・ 外点法を、状態変数の終端拘束条件式に対しては Kelley の方法、Bryson ・ Denham の方法の適用をそれぞれ試み、各場合についてこう配法による数値計算を行うための計算式と数値計算結果を示した。

(3) 終端拘束条件式に対して Kelley の方法を適用する場合には、こう配法における単純降下法が有効であり、Bryson ・ Denham の方法を適用する場合には本文中のケース I が有効であることを明らかにした。ただし、これらの方法についても収束を速めるための工夫が必要である。

(4) 以上の検討の結果，先に定式化された工程計画最適化問題について現実的に妥当な数値解が得られることを確かめた。この結果，費用の評価に基づく工程計画案の選定（動の見積り）が実際に可能であることが示された。計画業務担当者は基本的なデータを与えるだけで，その条件のもとで最も経済的な施工段取に裏づけられた工程計画案を自動的に得ることができる。したがって，本論文で述べる SOT が施工計画や管理の合理化に寄与する可能性が明らかになった。

第3章 共役こう配法による工程計画の最適化

3.1 緒 論

第1章で多段決定過程として定式化された工程計画最適化問題に対して、第2章では最適制御理論におけるこう配法を用いた数値解析を行い、現実的に妥当な数値解が得られることを示した。この結果、本論文で述べる **SOT** が実用的な手法であることが明らかにされた。こう配法を適用した際に述べたように、制約条件式をペナルティ関数法により処理したうえでこう配法を適用する方法については、計算効率や解の一意性などに関する問題が残されている。こう配法によると、最適解近傍での収束効率が極端に悪くなることから、最適解に到達するまでに非常に多くの反復回数が必要であり、決定変数の個数が多い場合の計算量は膨大になる。このため、電子計算機を利用しても現実的に妥当な範囲の計算時間で処理できないおそれがあり、実際の大型建設工事を取り扱うには不十分である。

本章では、こう配法と比較して一般に効率がよいとされている共役こう配法を用いて、工程計画最適化問題に対する詳細な数値解析を試みる。本章の検討により、大規模な建設工事に対しても現実的に妥当な範囲の計算量で、工程計画最適化問題の数値解を得る見通しを得られる¹⁴⁸⁾。なお、計算結果の比較などの都合により、こう配法の適用に際して用いた数値計算モデルを、本章の数値計算モデルとしてそのまま利用する。

3.2 共役こう配法による最適化

(1) 共役こう配法

最適制御問題に用いる共役こう配法 (**Conjugate Gradient Technique**) も、こう配法と同様に、静的最適化問題 (変数空間における最適化問題) に対して開発された共役こう配法を関数空間における最適化問題に対して拡張したものである。静的最適化問題に対する共役こう配法として一般に用いられるのは **Fletcher - Reeves** の方法 (**FR法**)⁴³⁾、**Dav - idon - Fletcher - Powell** の方法 (**DFP法**)⁴²⁾である^{57), 157)}。そして、これらの手法を最適制御問題に適用するための多数の報告がなされている^{67), 86), 170)}。一般に **DFP法**、**FR法**、こう配法の順で収束が速いとされており、また **DFP法**、**FR法**ともに1回の試行に要する計算量が **Newton - Raphson法**ほど多くないので比較的多変数の最適化問題に適用することが可能である。しかし **DFP法**は試行の途中できわめて大きな記憶容量を必要とするので、適用しうる問題の決定変数の個数に制限がある。**FR法**では試行中に必要な記憶量がこう配法におけるのとはほとんど変わらないので、先に定式化された工程計画最適化

問題に対しても十分適用可能である。そこで，ここでは **FR** 法（以下，単に共役こう配法と称する）を採用することにし，離散型最適制御問題に対する **FR** 法の計算アルゴリズムを以下に引用する⁸⁶⁾。

- (a) 操作変数 θ^n の初期解 θ_0^n を与える。
- (b) こう配関数 ($\partial H_0^n / \partial \theta_0^n$) を計算する。
- (c) $s_0^n = -(\partial H_0^n / \partial \theta_0^n)$ とする。
- (d) θ_k^n を次式により修正する。

$$\theta_{k+1}^n = \theta_k^n + \alpha_k \cdot s_k^n \quad \dots\dots\dots (3-1)$$

ただし，上式における α_k の値は， θ_{k+1}^n による目的関数の値が極小になるように選ぶものとする。

- (e) こう配関数 ($\partial H_{k+1}^n / \partial \theta_{k+1}^n$) を計算する。
- (f) 次式から β_k を求める。

$$\beta_k = \frac{\sum_n \left\{ \left(\frac{\partial H_{k+1}^n}{\partial \theta_{k+1}^n} \right)^T \cdot \left(\frac{\partial H_{k+1}^n}{\partial \theta_{k+1}^n} \right) \right\}}{\sum_n \left\{ \left(\frac{\partial H_k^n}{\partial \theta_k^n} \right)^T \cdot \left(\frac{\partial H_k^n}{\partial \theta_k^n} \right) \right\}} \quad \dots\dots\dots (3-2)$$

- (g) 次式により s_k^n を修正する。

$$s_{k+1}^n = -(\partial H_{k+1}^n / \partial \theta_{k+1}^n) + \beta_k \cdot s_k^n \quad \dots\dots\dots (3-3)$$

- (h) 計算停止基準を満たすまで(d)～(g)を繰り返す。

(2) 共役こう配法の適用

最適制御問題に対して共役こう配法を適用する場合，式(1-37)に示したような終端拘束条件に関しては **Kelley** の方法（等式制約条件とみてペナルティ関数法を用いる）以外に適当な処理方法がない¹⁵⁷⁾。ここでは終端拘束条件に対して **Kelley** の方法を，式(1-38)～(1-43)の等式，不等式制約条件に対して **SUMT**・外点法を用いて，工程計画最適化問題を制約条件のない最適化問題に変換したうえで共役こう配法を適用する。

2.3(2)で述べた数値計算上の処置は，本章でもそのまま利用する。したがって，**SUMT**・外点法における修正目的関数は，式(2-29)と全く同一である。また，共役こう配法を適用するために必要な，こう配関数 ($\partial H^n / \partial \theta^n$) も式(2-30)～(2-37)と同一である。

(3) 数値計算結果

表1-1～1-7および図1-3に示した数値計算モデルに対して SUMT・外点法と共役こう配法を適用した結果は以下の通りである。

a) 1次元探索

式(3-1)における α_k の決定は、目的関数が2次形式である場合を除いて、いわゆる1次元探索によらなければならない。黄金分割法による1次元探索^{158),168)}と佐山らによる便宜的な方法(α_k の値を逐次的に2倍または1/2倍して目的関数値を極小にする α_k の値をはさみ、2次関数近似を行う)¹⁵⁷⁾とを比較したところ、各試行における α_k の値は両方法により多少の差があるにしても、収束効率、経路はほとんど同一であった。そこで以下では、前者に比べて計算量の少ない後者を採用する。

b) 操作変数制約条件の処理

初期解を $u^n=v^n=0$ とし、ペナルティ係数 $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0.1$ としたときの、修正目的関数 $P(\theta^n, \lambda)$ の収束の様子を図3-1に示す。図3-1における共役こう配法Aは、この配法の適用に際して行ったのと同様に、操作変数 θ^n が式(1-41)の制約領域を越すときは単純にその境界値を与えて試行を繰り返した結果である。共役こう配法を最適制御問題に適用する場合に、操作変数だけからなる制約条件式を上述のように単純に処理すると、真の最適解とは異なる解に収束する可能性が指摘されている¹¹⁸⁾。そこで、式(1-41)についてもペナルティ関数法を適用して収束計算を行った結果が図3-1における共役こう配法Bである。この例からも明らかなように共役こう配法A、Bは同じような経路をたどり、ほとんど同一の解に収束する。したがって工程計画最適化問題では、操作変数の制約を上述のように単純に処理して差し支えないと判断されるので以下では共役こう配法Aを採用する。

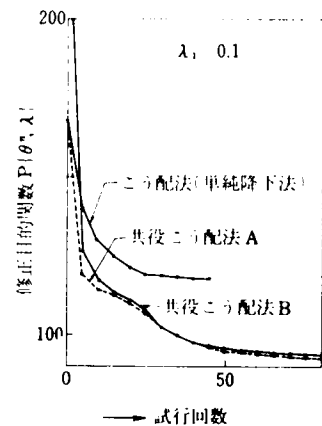
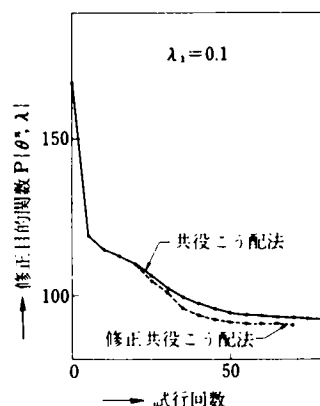


図 3 - 1

c) 修正共役こう配法

一般に m 変数の静的最適化問題に共役こう配法を適用する場合、丸めの誤差の累積を防ぐために、式(3-3)の s_{m+1} として $(m+1)$ 回目の試行におけるこう配に (-1)

を乗じた値をとるのが数値計算上有効とされている(82), 157)。そこで、工程計画最適化問題における各ステージの操作変数の個数 ($M+L$) 回の試行ごとに、式(3-3)における $\beta_k=0$ として試行を繰り返す方法(仮に修正共役こう配法と称する)を適用したところ、図3-2に示すように収束点付近の収束効率が著しく改善された。



d) SUMT・外点法の適用

ペナルティ係数 $\lambda_1 \sim \lambda_3$ の値を増加させた場合、この配法によると収束がきわめて遅くなることを指摘しておいたが、共役こう配法による場合はペナルティ係数値に関係なく常に良好な収束結果が得られた。その理由として、この配法の収束効率、目的関数および制約条件式から定義されるヘシアン行列の特性、およびペナルティ係数値の間に支配的な関係があること、そして共役こう配法がこの影響を受けないことが明らかにされている(73), 93)。

また図3-1から明かなように、共役こう配法により、この配法では到達しえない解が得られることも強調されるべきであろう。

常に $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3$ として SUMT・外点法を適用した結果を図3-3に示す。図3-4は各ペナルティ係数値に対応する出来高工程曲線を示す。この配法を用いた場合、等式、不等式制約条件違反量に対応する PE^N , PI^N を十分に0に近づけるには、ペナルティ係数値を 10^4 程度まで増加させる必要があるが、共役こう配法による場合は係数値が10程度で近似的に制約条件を満たす最適解が得られる。このことは計算量の

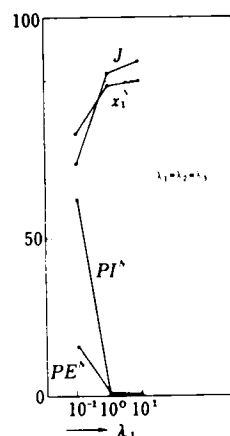


図 3 - 3

減少だけでなく、SUMT・外点法においてペナルティ係数値の増大に伴って生じる、いわゆる ill-condition の影響が小さくなることも意味している(157)。また、本章の数値計算モデルに関する限り、ペナルティ係数値の初期値や増加率を変えても顕著な効果がみられなかったこ

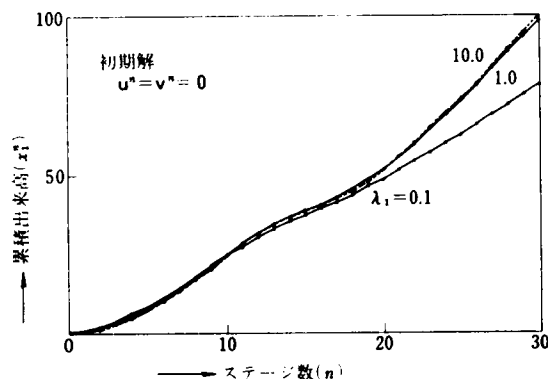


図 3 - 4

とを付記しておく。

以上の結果から判断して、工程計画最適化問題に対しても、共役こう配法がこう配法に比べて格段に優れた手法であると結論できる。

3.3 解空間の特性に関する検討

(1) SUMT・外点法による結果

a) こう配法による解との比較

こう配法を用いた数値解析を行った際に、終端拘束条件に対して Bryson・Denham の方法, Kelley の方法をそれぞれ適用した解が、両者とも SUMT・外点法を用い、操作変数 $u''=v''=0$ を初期解としたにもかかわらず図 3-5 に示すように異なることを指摘しておいた。これは修正目的関数が狭義の凸関数 (Strictly Convex Function) ではないことに起因して、前者は上方から、後者は下方から解曲線に近づくために、それぞれ異なる解に収束したものと推定された。一方、前述のように、Kelley の方法, SUMT・外点法, 共役こう配法の適用により得られた出来高工程曲線 (図 3-4) は図 3-5 に示すように、こう配法による 2 つの結果の中間の解曲線を与える。図 3-

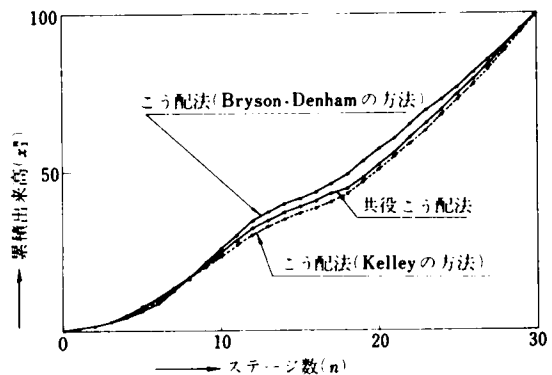


図 3-5

1 から明らかなように、共役こう配法によりこう配法では到達しえない解が得られると推察されるので、図 3-5 においても共役こう配法による解曲線がこう配法 (Kelley の方法) による解よりは数値計算上妥当な結果である可能性が強い。しかし Bryson・Denham の方法による解との間には、まだかなりの差があり、この差が目的関数の広義の凸性に起因するものかどうかは明らかでない。以下で SUMT による解の特性に関する数値解析上の検討を行う。

b) 凸性の検討

SUMT・外点法, 共役こう配法を適用し、操作変数 u'' , v'' の初期解にある程度大きな値を与えて、図 3-4 の場合とは逆に上方から解曲線に近づくことを試みたが、 u''

の初期解がある値以上になると資源存置数量 q'' の値が過大になるなど、操作変数、状態変数について直感的に妥当な解が得られなかった。つまり工程計画最適化問題に関する限り SUMT・外点法、共役こう配法の適用が必ずしも安定な数値解をもたらさない。一方、図 3-4 で得られた最適解を初期解として改めて SUMT・外点法、共役こう配法を適用したところ、得られた解曲線は図 3-6 に示すように $u''=v''=0$ を初期解とした結果とは多少異なり、また得られた操作変数、状態変数の値にも多少の差がみられた。すなわち SUMT・外点法による解は、その収束経路の影響をきわめて大きく受けることが分かる。さらに、上述の操作により得られた解を初期解として改めて SUMT 計算を行うという操作を繰り返してゆくと、上方に向かって徐々に少しずつ異なる解曲線が得られ、

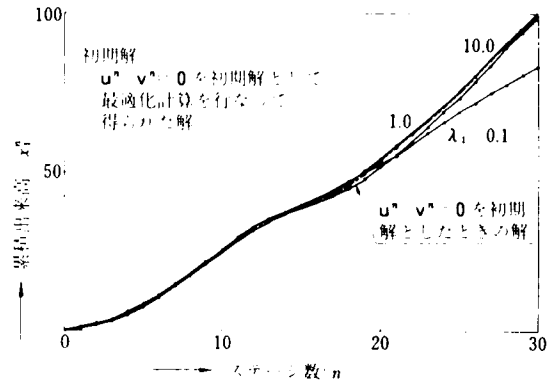


図 3-6

Bryson・Denham の方法による解曲線

の辺りでほぼ収束する。またおのおのの解曲線に伴う操作変数、状態変数の値はいずれも直感的に妥当である。したがって Bryson・Denham の方法による解曲線（上方から収束）が数値計算上、真の最適解である可能性が強い。ただし Bryson・Denham の方法による解は、作業グループ投入数量 v'' に対しては妥当な値を与えるが、資源存置数量 q'' については、後述する理由で必ずしも妥当な数値を与えないので、応用的にみて安定的な方法ではない。また上述の繰り返し計算を行うことも膨大な計算を必要とするので現実的な方法ではない。したがって現実の工程計画最適化問題を解くためには、操作変数と状態変数が妥当な数値をもち、しかも Bryson・Denham の方法による出来高工程曲線を簡単に与える方法が必要になる。

(2) 他のペナルティ関数法の適用

a) SUMT・内点法⁴¹⁾

収束計算における前述の不安定性が主に SUMT・外点法に起因すると推察されるので、他のペナルティ関数法の適用について検討する。SUMT・内点法は制約条件式を満たしながら、つまり制約領域の内側から境界に近づく特性をもち、かつ外点法より ill-condition の影響が小さいとされているので、外点法の適用における前述の問題を解決するために有効と推定されたが数値計算は不成功であった。

b) SUMUP (Sequential Unconstrained Method Using Penalty)^{136),139),157)}

詳細については省略するが、佐山らにより提案されたSUMUPは統一的な修正目的関数を定義することにより、SUMT・外点法、内点法とそれぞれ似た特性をもたせることができる、より一般的なペナルティ関数法である。SUMUPの適用により、工程計画最適化問題についてSUMT・内点法に近い収束計算を行うことができる。前述のように内点法の特性として制約領域の内側から境界に近づくから、式(1-39)の影響により資源存置数量 q'' は比較的大きな値から漸次減少して式(1-39)の境界に近づく。作業グループ投入数量 v'' は式(1-39)、(1-42)により、小さな値から漸増してその境界に近づく。以上の経過をたどって得られた解は q'' の値が式(1-39)の境界に十分に近づかず(したがって不必要に過大な値であり)、出来高工程曲線もまた図3-4の解曲線よりさらに下側で収束する。つまりSUMUPによりSUMT・内点法に近い収束計算を行った場合には工程計画最適化問題に関しては直感的に妥当な解が得られない。

SUMT・外点法を用いて $u''=v''=0$ を初期解とした場合には、 q'' の値が0からしだいに増加して最終的に式(1-39)を満足するので、資源存置数量をできるだけ少なくしようとする立場からの直感的に妥当な解が得られると解釈される。したがって、この観点からはSUMT・外点法が工程計画最適化問題に最も適切なペナルティ関数法と判断される。

(3) 工程計画最適化問題の特性

a) アクティビティ順序関係の制約

SUMUP、SUMT・外点法における収束の様子について共通にみられる現象は、アクティビティ順序関係の制約を表わす式(1-43)に対応するペナルティの影響がきわめて大きいことである。式(2-25)、(2-26)から明らかなように、他の制約条件に対応するペナルティ項がすべて2次関数であるのに、式(1-43)に対応する式(2-26)は4次関数である。したがってSUMT、SUMUPの後半段階では、式(2-26)の制約によりみかけ上収束するおそれがある。SUMT・外点法による解が前述のように収束経路に大きく影響されることは上述の理由である可能性が強い。

また式(3-1)に示す1次元探索を行う場合には、操作変数 u'' 、 v'' に対する平均の意味での最良ステップ幅しか与えられないから、式(2-26)に対応するペナルティの過大な影響のためにSUMT、SUMUPの後半段階では v'' が十分変化できず、したがって u'' もまた最適解に十分近づけないおそれがある。SUMT・外点法の適用に際しての初

期解の与え方に関する不安定性，およびSUMUPの適用に際して資源存置数量 q^n が式（1-39）の境界に十分近づかない現象などは，その端的な例であろう。このように工程計画最適化問題が資源搬入搬出数量 u^n ，作業グループ投入数量 v^n という2種類の性格の異なる操作変数（決定変数）を含み，しかも v^n が式（1-43）という厳しい制約条件を伴っていることが収束計算を不安定にしている原因と解釈される。

式（1-43）による制約条件を図示すると，各変数が図3-7における太実線上にあることを要求する，かなり苛酷な条件である。そこで式（1-43）による制約の影響を何らかの方法により弱めることを検討する必要がある。なお，明確に定義しなかったが，アクティビティ j の先行アクティビティの集合 P_j としては，アクティビティ j より先に終了しなければならないすべてのアクティビティの集合をとっている。 P_j としてアクティビティ j に直接先行するアクティビティだけの集合をとることは好ましい数値計算結果をもたらさない。

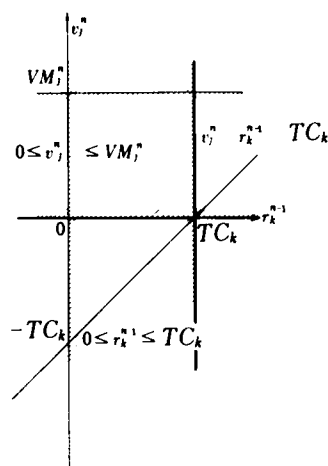


図 3 - 7

b) ペナルティ係数値比率の調整

アクティビティ順序関係の制約を表わす式（1-43）に関するペナルティを弱める方法として，たとえば次の2つの案が考えられる。

① 順序関係の制約条件式を次式のいずれかで表わす（図3-7参照）。

$$v_j^n \leq VM_j^n \cdot H(r_k^{n-1} - TC_k), (k \in P_j) \quad \dots\dots\dots (3-4)$$

$$\min\{v_j^n, TC_k - r_k^{n-1}\} = 0, (k \in P_j) \quad \dots\dots\dots (3-5)$$

$$\sqrt{v_j^n} \cdot \sqrt{TC_k - r_k^{n-1}} = 0, (k \in P_j) \quad \dots\dots\dots (3-6)$$

② 式（2-29）において，順序関係の制約に対応するペナルティ係数 λ_2 の値を λ_1 ， λ_3 の値より小さくする。

$$\lambda_2 = c \cdot \lambda_1 = c \cdot \lambda_3, (0 < c < 1) \quad \dots\dots\dots (3-7)$$

方法①は数値計算がすべて不成功であった。方法②として式（3-7）における $c = 0.1$ とし， $u^n = v^n = 0$ を初期解としてSUMT・外点法，共役こう配法を適用した結果

を図 3 - 8 , 3 - 9 に示す。図 3 - 9 で得られた出来高工程曲線は明らかに上方から収

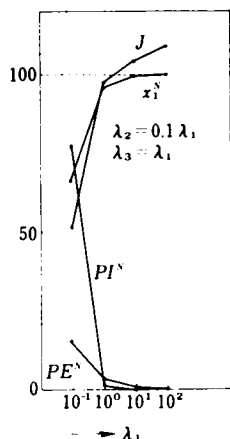


図 3 - 8

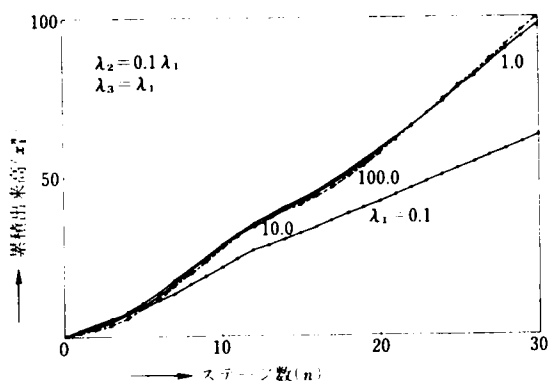


図 3 - 9

束しており，しかも Bryson ・ Denham の方法による解曲線にほぼ一致する。また，得られた操作変数，状態変数の値はすべて直感的に妥当であった。式 (3 - 7) における $c = 0.01$ として同じ操作を行った結果を図 3 - 10 , 3 - 11 に示す。図 3 - 11 における出来高

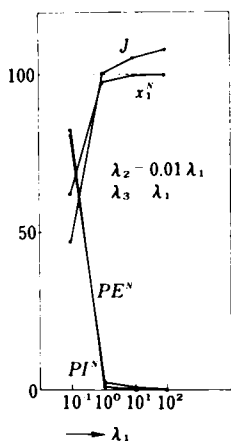


図 3 - 10

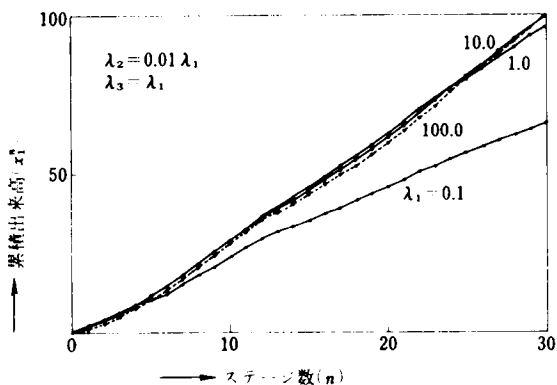


図 3 - 11

工程曲線も上方から収束しており，操作変数，状態変数の値ともに妥当であった。このようにペナルティ係数値の比率を変えて SUMT ・ 外点法，共役こう配法を適用して得られた解曲線をまとめて図 3 - 12 に示す。上述のように $c = 0.1$ としたときの解曲線が Bryson ・ Denham の方法による解曲線にほぼ一致しているから，この場合に数値計算上真の最適解が得られている可能性が強い。 $c = 0.01$ とした場合には上方から， $c = 1.0$ とした場合には下方から最適解に接近し，真の最適解に到達しえず，みかけ上収束したと推定さ

れる。しかし、 $c = 0.01$ または $c = 1.0$ として得られた解が全く意味がないかというとはならず、得られた操作変数、状態変数の値が妥当なものであることから現実的な意味はもつわけであり、この点については後述する。

なお、上方から収束する出来高工程曲線を得るという観点からすると、ペナルティ係数値の比率を次式のように与える方法も考えられる。

$$\lambda_3 = d \cdot \lambda_1 = d \cdot \lambda_2 \quad (d > 1) \quad (3-8)$$

上式における $d = 10$ とし、 $u^n = v^n = 0$ を初期解として SUMT・外点法、共役こう配法を適用すると、式(3-7)における $c = 0.1$ とした場合とほぼ同じ解が得られる(図3-13)。

以上のことは、ここで用いた数値計算モデルについて得られた推論であるが、他の数値計算モデルについても同様の結果が得られている。

(4) 静的最適化問題としての数値解析

a) 静的最適化問題への変換

工程計画最適化問題が多段決定過程(離散型最適制御問題)として定式化されたから、そのまま関数空間におけるこう配法、共役こう配法を利用して前述の数値解析を行った。しかし数値計算上は、多段決定過程を静的最適化問題とみなすことも可能である^{23), 153)}。その場合、式(1-33)～(1-35)の状態方程式で表わされる状態変数を取り去って、目的関数を操作変数のみにより表わし、変数空間での最適化手法を適用することができる。工程計画最適化問題における状態方程式が式(1-35)を除いてすべて線型なので、簡単に静的最適化問題に変換される。たとえば式(1-44)に対応する目的関数が次式で表わされる。

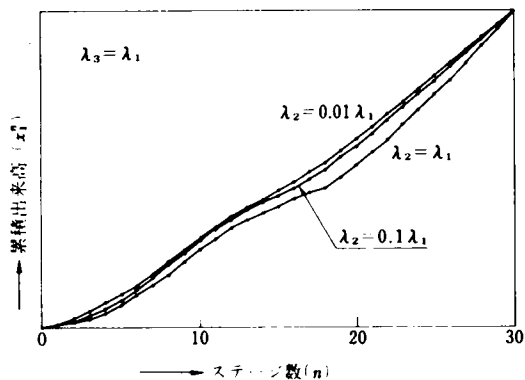


図 3 - 12

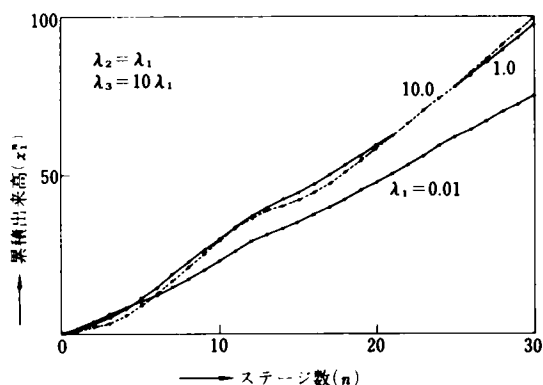


図 3 - 13

$$J = \sum_{i=1}^N \{ \sum_j (C'D)_i \cdot J T \cdot \sum_{m=1}^M u_i^m \} + \{ C'I_i \cdot V \cdot u_i^n \} + \{ C'E_i \cdot [-u_i^n] \} \\ + \{ \sum_j (C'W_j^n \cdot v_j^n) \} + \sum_i \{ (C'E_i \cdot \sum_{n=1}^N u_i^n) \} \rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (3-9)$$

式(1-38)～(1-43)の制約条件式も容易に操作変数のみにより表わされる。

b) 操作変数の変更

先に定式化された工程計画最適化問題におけるように，資源搬入搬出数量 u^n ，作業グループ投入数量 v^n を操作変数(決定変数)とする場合には，静的最適化問題とみても結局同じ操作を行うことになる。すなわち，式(3-9)に制約条件式に関するペナルティ項を加えた修正目的関数を，各決定変数について微分して得られるよう配は，式(2-30)～(2-37)において共変変数を消去したものと全く同一である。一方，静的最適化問題とみなす場合には，必ずしも u^n を決定変数とする必要はなく，資源存置数量 q^n をそのまま決定変数として差し支えない。

$$\theta^n = \left(\begin{matrix} q^n \\ v^n \end{matrix} \right), \quad \left. \begin{matrix} q^n = (q_1^n, \dots, q_M^n)^T \\ v^n = (v_1^n, \dots, v_L^n)^T \end{matrix} \right\} \quad \dots\dots\dots (3-10)$$

このように操作変数を変更した問題に対して SUMT・外点法，共役こう配法を適用した場合の出来高工程曲線は，図3-11に示す出来高工程曲線よりさらに上側に収束する。上述の方法では，我々の関心の主対象である資源存置数量 q^n の直接的増分を評価することになるから，直感に近い解が得られる可能性の強いことを付記しておく。この問題は6.4で改めて検討する。

c) ペナルティ関数法以外の解法

式(1-35)における u_i^n ，すなわち q_i^n に関する非線型項は， q_i^n を図3-14に示すように a_i^n ， b_i^n の2変数に分けることにより線型関数として表わされる。

$$\theta^n = \left(\begin{matrix} a^n \\ b^n \\ v^n \end{matrix} \right), \quad \left. \begin{matrix} a^n = (a_1^n, \dots, a_M^n)^T \\ b^n = (b_1^n, \dots, b_M^n)^T \\ v^n = (v_1^n, \dots, v_L^n)^T \end{matrix} \right\} \quad \dots\dots\dots (3-11)$$

$$q^n = a^n + b^n \quad \dots\dots\dots (3-12)$$

この操作は， q_i^* に関する目的関数が図3-14に示すように下に凸であり，かつ最小値問題であることを考慮すると，凸性を損うものではなく，決定変数の個数が増加することを除いて数値解析上の不利益をもたらさないことが明らかである。したがって，静的最適化問題とみなした工程計画最適化問題における制約条件式，目的関数が，式(1-43)に相当する制約条件式を除いてすべて線型関数により表わされる。

離散型最適制御問題とみた場合の工程計画最適化問題が状態変数制約問題となることから，制約条件式の処理はペナルティ関数法以外に実際的方法が与えられていない。しかし，ペナルティ関数法によると近似解しか与えられず，また前述のような不安定な問題も生じる。

一方，静的最適化問題とみて上述の線型性に注意するとペナルティ関数法以外に多くの手法の適用可能性がある

(57), (100)。

ただし，ペナルティ関数法以外の非線型計画法のほとんどが多量の記憶容量を必要とし，しかも決定変数の個数の次元をもつ逆行列計算を必要とするものが大半であることから，決定変数の個数のきわめて大きい工程計画最適化問題にこれらの手法を適用することが現段階では困難であろう。今後の非線型計画法の発展に応じて，上述のような工程計画最適化問題の特性に注目した，より計算量の少ない，より安定的な手法を開発することが実際の応用のための課題の1つである。

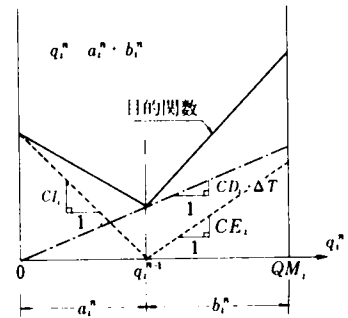


図 3 - 14

3.4 工程計画への応用について

(1) 基本的な方針

工程計画最適化問題の定式化に際して強調したように，計画・管理の合理化における基本的目標は，業務担当者が正確な意思決定を行うための合理的な判断資料を提供することである。つまり，定量的に評価しうる要素間の関係を数式で表わして最適化計算を行い，その結果に対して，定量的に評価しにくい要素についての配慮が加えられることにより合理的な決定を行うことができると考えた。この考え方に基づいて，工程計画において定量的に評価しうる種々の要素間の関係を制約条件式の形で表現した上で，全体費用→最小という評価基準のもとに施工段取を決定する問題として工程計画最適化問題を定式化した。このことから工程計画最適化問題の解が，こう配法の適用に際して述べたように，施工段取，すなわち機械・労務などの資源工程計画表，および作業工程計画表の形で与えられることを強調しておく(表2-1)。さらに，次節で述べるように最小費用の施工段取に裏づけられた工期-費用曲線を作成することにより，より広範な施工計画や管理における合

理的な意思決定を行うことを提案している。

(2) 工期 - 費用曲線

本章で用いた数値計算モデルについて工期 T すなわち全ステージ数 N を変えて最適化計算を繰り返すことにより，図 3 - 15 に示すように各工期に対応する（最小費用の施工段取に裏づけられた）施工径路が得られる。これらの施工径路の最終点を結んだものが，最小費用の施工段取に裏づけられた工期 - 費用曲線である（序論）。ただし図 3 - 15 は資源存

置数量，作業グループ

投入数量などが SUMT

・外点法，共役こう配

法により実数解として

与えられた場合の施工

径路をそのまま描いた

ものであり，これらの

変数を整数解に調整し

た場合には施工径路が

多少変化するのであろう。

また，第 1 章の定式化

では，たとえば現場管

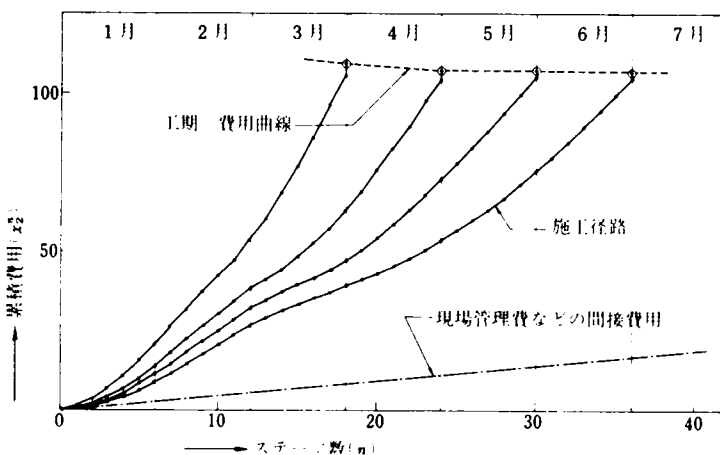


図 3 - 15

理費用などの間接的費用を考慮していないから，本来の意味での工期 - 費用曲線を得るためには図 3 - 15 に示すようにこれらの費用に対する配慮を加える必要がある。

このようにして得られる工期 - 費用曲線を用いて，マクロなレベルで CPM (Critical Path Method) を適用しうる可能性がある。工程上の資源操作方法に対する配慮が不必要な比較的マクロなレベルで，CPM における作業 (アクティビティ) を設定するならば，その作業 (アクティビティ) を，SOT における工事 (Project) とみなすことができる。そして，CPM における各々のアクティビティについての「時間 - 費用関係」を，上述の最小費用の施工段取に裏づけられた工期 - 費用曲線と与えて CPM を適用することは十分に妥当な意味をもつことである。

一方，SOT により得られる工程計画に対して PERT / TIME 計算を行い，時間的にクリティカルなアクティビティを把握することは妥当なことであるが，山積み・山崩し計算などを行うことが意味をもたないことは明らかである。

(3) 出来高工程曲線の型

工程計画や管理において定量的に評価しにくい要素の例として、たとえば出来高工程曲線の型があげられる。図3-16に示すように、工程の前期において出来高工程曲線が立ち上がる場合を前半進捗型、逆の場合を後半進捗型と称しよう。

実際の工程計画に際しては、この出来高工程曲線の型について技術者の経験的判断などに基づく選好性が存在すると想像される。つまり、出来高工程曲線の型の選択に際して、施工の確実性、安定性などのように量的に表わしにくい要素に対する考慮が必要になるであろう。一方、図3-12について前述したように、ペナルティ係数値の比率を調整することにより異なる出来高工程曲線が得られる。図3-12において

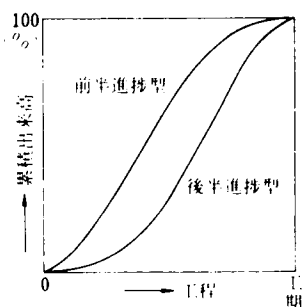


図 3 - 16

において $\lambda_2 = 0.1 \lambda_1$ とした場合の結果が数値計算上は最も妥当な解であると推定されたが、その他の結果が必ずしも無意味ではないことを指摘しておいた。すなわち、ペナルティ係数値の比率を調整することにより、逆に上述のような前半進捗型、後半進捗型の出来高工程曲線が任意に与えられる可能性がある。ただし、実際の工程計画において、一般的にペナルティ係数値にどのような比率を与えるのが妥当であるかについては今後多くの工事に適用した上で検討しなければならない。

3.5 結 論

本章で得られた主な結果は次の通りである。

(1) 第1章で多段決定過程として定式化された機械化土工における工程計画最適化問題に対して、第2章では最適制御理論におけるこう配法を用いた数値解析を行い、現実的な数値解が得られることを示した。本章では共役こう配法を用いて、より詳細な数値解析を行った結果、実際の工事に対して費用の評価に基づく工程計画の選定（動的見積り）作業を行う準備が整えられた。

(2) SUMT・外点法により制約条件のない最適化問題に変換された工程計画最適化問題に対して、共役こう配法を用いた収束計算を行った結果、この問題に対しても共役こう配法が計算効率の面でこう配法に比べて格段に優れていることを示した。また、共役こう配法の適用に際して、1次元探索その他に関する詳細な検討を行った。

(3) こう配法により得られた出来高工程曲線と共役こう配法による結果との比較を行い、さらに SUMT・外点法、共役こう配法を適用して、解空間の特性に関する検討を行った。この結果、SUMT・外点法、共役こう配法による方法が初期解の与え方に関して必ずしも安定ではないことが明らかにされた。

(4) **SUMUP**，共役こう配法による数値解析の結果，工程計画最適化問題における資源搬入搬出数量 u'' ，作業グループ投入数量 v'' という 2 種類の操作変数の存在が収束計算を不安定にしていることを明らかにした。この点に関しては **SUMT**・外点法を適用して，初期解を $u''=v''=0$ とする方法が有利である。

(5) **SUMUP**，**SUMT**・外点法による収束計算にみられる共通の現象として，アクティビティ順序関係の制約条件式に対応するペナルティ項の影響が過大であることから，真の解に到達する以前にみかけ上収束する可能性を指摘した。この現象を防ぐために，それぞれの制約条件式に対応するペナルティ係数値の比率を調整することが有効であることを明らかにした。また，このペナルティ係数値比率の調整により，出来高工程曲線の型を操作しうる可能性を示した。

(6) 多段決定過程として定式化された工程計画最適化問題に対して，静的最適化問題としての数値解析を行う方法を示した。

(7) 以上の結果として，**SUMT**・外点法，共役こう配法を利用することにより，現実の工事に対して動の見積り作業を行う数値計算上の基礎が与えられた。すなわち，在庫管理・スケジューリング問題などを含む複雑な意思決定を業務担当者自身が行わなくても，基本的なデータを与えるだけで，その条件のもとでの最小費用の施工段取に裏づけられた工程計画案が **SOT** により自動的に得られることになり，**SOT** が施工計画・管理の合理化に寄与しうることが明らかになった。

第 1 章から本章までの検討を通じて「工程計画最適化手法 (**Scheduling Optimization Technique** ; **SOT**)」の詳細が明らかにされた。**SOT** は，第 1 章で述べた基本的なデータを与えるだけで，その条件のもとで最も経済的な施工段取（工程上における資源操作方法）に裏づけられた工程計画案を選定する手法である。

第4章 土工機械の組合わせ利用に関する基礎的考察

4.1 緒 論

前章までは工事・工期全体にわたる工程計画の意思決定問題について検討を重ねてきた。このような全体的最適化を意味のあるものにするためには、工事の各部分および工程上の各時点における状態が正確に表現されていなければならない。たとえば施工機械や作業員などの投入数量に応じた作業出来高の正確な把握は、工程計画の最適化における最も基本的な問題である。土工機械の作業能力は土質、天候、オペレータの熟練度などの種々の作業条件により大きく変動するから、これらの作業条件を考慮して、作業能力の推定値をいかに正しく与えるかが、全体的最適化を根拠あるものにする重要な要因である。種々の作業条件に応じた作業能力の推定などは組織的な研究によらざるをえないので、本章では個人的な試みとして、土工機械の待合せ問題と作業時間分布特性に着目した作業能力の推定について検討する。

機械化土工作業では施工機械を単独で用いる場合よりも、種々の機械を組合わせて用いる場合の方がむしろ一般的である。^{注1)} 機械を組合わせて用いる場合には機械相互に待合せ現象が生じるので、組合わせ機械全体としての作業能力を正しく推定することが比較的困難な場合が少なくない。組合わせ機械全体の正しい作業能力の推定を目的として、本章では土工機械の待合せ現象に注目した検討を試みる。⁵³⁾

4.2 作業時間分布の特性

(1) 序

土質その他の作業条件が与えられたときに、各作業を遂行するために要する時間を予測することは施工計画作成における不可欠の要素である。たとえば土工機械の時間当り作業能力の推定も、基本的には作業時間の推定に基づいている。建設工事施工における作業時

注1) この組合わせを表わすために、第1章で資源グループ・作業グループという概念を導入した。

間は種々の作業条件に応じて大きく変動するから、作業時間の推定値（平均値）を正確に予測することが困難な場合が多い。ここでは作業時間の変動をそのまま作業時間分布として把握し、作業時間分布の特性値を用いて、作業条件と作業時間の関係を定量的に表現することを試みる。53)

後述するように本章では、機械化土工作業を待合せモデルで表わすことを試みている。待合せモデルにおいては、作業時間の平均値だけでなく変動も重要な要素となるから、組合わせ機械の作業能力推定のためにも本節での検討が大きな意味をもつ。

(2) 各種確率分布による解釈

機械化土工を含めて一般に施工作業時間は図4-1のような非対称の分布形を示すようである。施工作業時間分布に関する従来の研究としては、作業時間 X が、式(4-1)に示すように正規分布、指数分布にそれぞれ従う確率変数 X_n 、 X_e のたたみこみ(Convolu-tion)であるという太田の解釈がある。55)、116)

$$X = X_n + X_e \dots\dots\dots (4-1)$$

ここで X_n は作業時間における定常的変動を意味するもので工事現場の特性を表わし、 X_e は作業時間におけるランダムな変動を意味するもので作業管理の努力により小さくしうとされている。この考え方は作業時間分布を正規分布と指数分布に分ける方法が明確でないという欠点をもつが、実際の作業を観察するとき説得力のある解釈と感じられ、c)で別の面から検討する。

a) ゲーム継続時間分布 11), 40)

1次元ランダムウォークモデルにおいて、 X_r を r 回目の歩点移動量とし、移動の確率を次式とする。

$$P\{X_r=1\}=p_1>0.5, P\{X_r=-1\}=q_1=1-p_1 \dots\dots\dots (4-2)$$

図4-2において、歩点が0から出発し吸収点 a_1 、 b_1 に到るまでに行われる移動の回数について、次式に示す近似解が得られている。

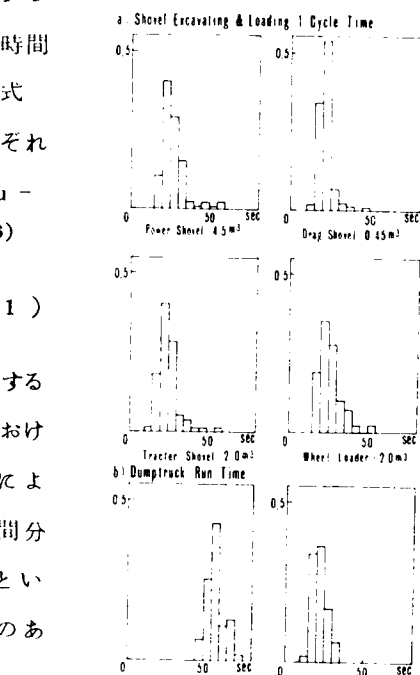


図4-1 作業時間分布実測例

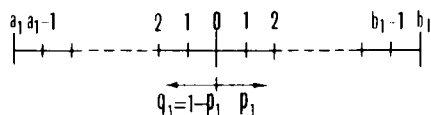


図4-2

$$\left. \begin{aligned} g_1(t) &= \frac{b_1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 t}} \exp\left\{-\frac{(b_1 - mt)^2}{2\sigma^2 t}\right\} \\ M_1 &= \frac{b_1}{p_1 - q_1}, \quad V_1 = \frac{4b_1 p_1 q_1}{(p_1 - q_1)^3} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-3)$$

ここで $m = p_1 - q_1$, $\sigma^2 = 4p_1 q_1$ とし, $g_1(t)$ は動点が t 回目に吸収点 b_1 に到る確率を示し, ゲーム継続時間分布と称される。 $g_1(t)$ の具体例を図4-3に示す。また M_1, V_1 はそれぞれ, ゲーム継続時間分布の平均, 分散とする。

この1次元ランダムウォークモデルをそのまま施工作業に当てはめて解釈してみると次のようになる。ある施工作業が仮想的な b_1 個の, 等価な作業段階からなるとし, 1つの作業段階遂行の成功, 失敗の確率を $p_1, q_1 = 1 - p_1$ とする。つまり図4-2で動点が1だけ右, 左に移動することが, それぞれ作業

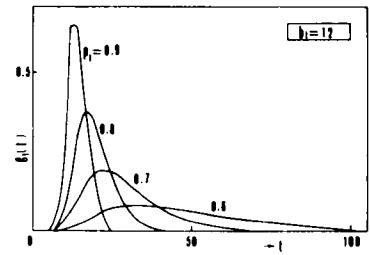


図4-3

段階遂行成功, 失敗に対応する。そして動点が0から出発すること, および吸収点 b_1 に到ることを, それぞれ施工作業開始, 終了に対応させれば, 動点が b_1 に吸収されるまでに必要な移動の回数が作業所要時間に相当する。そこで, ゲーム継続時間分布 $g_1(t)$ を作業時間分布とみなし, p_1, b_1 により作業の特性を表現することを試みる。作業時間実測データの平均 M , 分散 V を式(4-3)の M_1, V_1 に当てはめて, p_1, b_1 について解くと次式が得られる。

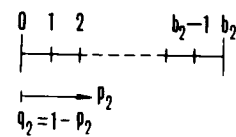
$$\left. \begin{aligned} p_1 &= \{1 + \sqrt{M/(V+M)}\}/2 \\ b_1 &= M \cdot \sqrt{M/(V+M)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-4)$$

ショベル系掘削機の1回の積込み作業時間の実測データについて p_1, b_1 を求めた表4-1の結果から, 1つの機種については, 作業量に相当する作業段階数 b_1 はほぼ一定であり, 作業の難易さに相当する作業段階遂行成功の確率 p_1 が作業条件の変化に応じて変わると解釈できるようである(ただし, p_1, b_1 は仮想的な指標であり, 実際の作業上の値に具体的に対応するものではない)。多くの資料を検討して, 同一機種については工事現場, 作業条件を変えても b_1 が一定といえるならば, 土質その他の作業条件に応じた p_1 の値を整理しておくことにより, 施工計画の段階において施工機種から b_1 , 作業条件から p_1 が求まり, $g_1(t)$ としての作業時間分布が容易に得られることになる。また, たとえば表4-1におけるパワーショベルとホイールローダを比較してみると, 前者では作業

段階数 b_1 が小さいが，作業遂行の確実性を表わすと考えられる p_1 もまた小さいため，結果として作業時間分布の平均 M ，分散 V が大きくなっている。後者では b_1 が大きい p_1 もまた大きい M ， V が小さくなっていると，この工事現場の機械については解釈される。このようにゲーム継続時間分布は作業の性格を定量的に表現する可能性がある。

b) 負の 2 項分布 ⁴⁰⁾

図 4-4 において 0 を出発点， b_2 を吸収点とし，動点移動の確率を次式とする。

$$\left. \begin{aligned} P\{X_r=1\} &= p_2, \\ P\{X_r=0\} &= q_2=1-p_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-5)$$


動点が 0 から出発し， b_2 に到達するまでに行う移動回

数の確率密度関数 $g_2(t)$ ，平均 M_2 ，分散 V_2 は， $m =$

p_2 ， $\sigma^2 = p_2 \cdot q_2$ として次式で近似的に表わされる。

図 4-4

$$\left. \begin{aligned} g_2(t) &= \frac{b_2}{\sqrt{2\pi\sigma^2 t}} \exp\left\{-\frac{(b_2 - mt)^2}{2\sigma^2 t}\right\} \\ M_2 &= b_2/p_2, \quad V_2 = b_2 \cdot q_2/p_2^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-6)$$

$g_2(t)$ は，1 回の成功の確率 p_2 ，失敗の確率 q_2 として， b_2 回成功するのに必要な試みの回数の起こる確率を示している。したがって離散型確率分布であることを除けば次式に示す負の 2 項分布と同一のものである。

$$p\{k; b_2, p_2\} = \binom{b_2+k-1}{k} p_2^{b_2} \cdot q_2^k \dots\dots\dots (4-7)$$

ここで $p\{k; b_2, p_2\}$ は b_2 回目の成功が $(b_2 + k)$ 回目の試みで起こる確率である。詳細は省略するが $g_1(t)$ ， $g_2(t)$ の分散 V_1 ， V_2 は，この対応から求めたものである。施工作業時間分布に対する当てはめにおいて， b_2 を仮想的作業段階数， p_2 を作業段階遂行成功の確率と解釈するのはゲーム継続時間分布と同じとする。式 (4-4) におけるのと同様にして p_2 ， b_2 は実測データの M ， V から次式により求められる。

$$b_2 = M^2/(V + M), \quad p_2 = M/(V + M) \dots\dots\dots (4-8)$$

具体例は表 4-1 に示すが， b_2 ， p_2 に関して b_1 ， p_1 と同様な傾向がみられる。一般的推論については今後の資料の蓄積を待つ必要がある。

c) アーラン分布と無限分解可能な分布，正規・指数たたみこみ分布

位相 k ，平均 $1/R$ のアーラン分布は，平均 $1/kR$ の指数分布を k 回たたみこんだ確率分布として定義される。⁵⁹⁾ アーラン分布の位相 k を $1, 2, \dots$ と変化させることにより，指数分布，近似的な正規分布，単位分布などの多くの分布型を表わすことができる。

図 4-5 に一例を示すように，アーラン分布は著者の実測した作業時間分布によく適合する場合が多かった。そこで，ここでは実際の作業時間がアーラン分布に従うと仮定して，前述の太田の作業時間分布の解釈に関する検討を試みる。

① 無限分解可能な分布^{40), 71)}

ある確率分布が，いかなる整数 n についても，互いに独立な n 個の確率分布のたたみこみとして表わされる場合，その確率分布は無限分解可能な分布と称される。そして，任意の無限分解可能な分布は正規分布とポアソン分布から合成できることが知られている。⁷¹⁾

式 (4-1) を参照して，アーラン分布に従うとした実際の作業時間分布が，正規分布に従う確率変数 X_n とポアソン分布に従う確率変数 X_p のたたみこみ（無限分解可能な分布）であると仮定する。ここで X_n, X_p は太田の解釈における X_n, X_p とそれぞれ同じ意味をもつ。すると，特性関数，平均，分散に関して次式が成立する。

（アーラン分布）：（無限分解可能な分布）

$$\left. \begin{aligned} X &= X_n + X_p \\ 1/\left(1 - \frac{iw}{Rk}\right)^k &= \exp\left\{imw - \frac{\sigma^2 w^2}{2} + \lambda(e^{iw} - 1)\right\} \\ 1/R &= m + \lambda \\ 1/kR^2 &= \sigma^2 + \lambda \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-9)$$

ここで $(m, \sigma^2), (\lambda, \lambda), (1/R, 1/kR^2), (M, V)$ は正規分布，ポアソン分布，アーラン分布，作業時間分布の（平均，分散）であり，式 (4-9) を m, σ, λ について解くと次の結果を得る。

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{(\cos w - 1)/R - w^2/2 \cdot kR - w^2/2 \cdot R - k \log \sqrt{1 + w^2} \cdot R^2 k^2}{\cos w - 1 + w^2/2} \\ \lambda &= 1/R - m, \quad \sigma = \sqrt{1/kR^2 - 1/R - m} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-10)$$

数値計算によると m の値は 0 を除き w にほとんど影響されず，また σ は $1/R, k$ の変化に

よらず常に 0 となる。したがって作業時間分布は分散 0 の正規分布（単位分布）とポアソン分布のたたみこみとなり， m, σ, λ は次式から求められる。

$$m=M-V, \sigma=0, \lambda=V \quad \dots\dots\dots (4-11)$$

実際のデータから m, σ, λ を求めた結果を表 4-1 に示すが，このような少数のデータからは正規分布，ポアソン分布部分ともに顕著な特性を見出だすのは困難のようである。

② 正規・指数たたみこみ分布

アールン分布に従うと仮定した作業時間分布が式（4-1）と同じく正規分布，指数分布のたたみこみからなると解釈すると，特性関数，平均，分散に関して次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} X &= X_n + X_e \\ 1/\left\{1 - \frac{i\omega}{Rk}\right\}^k &= \exp\left\{im\omega - \frac{\sigma^2\omega^2}{2}\right\} \times \frac{\lambda}{\lambda - i\omega} \\ 1/R &= m + 1/\lambda \\ 1/kR^2 &= \sigma^2 + 1/\lambda^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4-12)$$

ただし，式（4-12）中の記号は，指数分布の平均 $1/\lambda$ ，分散 $1/\lambda^2$ を除いて式（4-9）におけるのと同じ意味とする。式（4-12）を数値的に解いてみると $\sigma=1/\lambda$ が常に成立するので $m, \sigma, 1/\lambda$ は実測データ M, V から次式で求められる。

$$m=M-\sqrt{V/2}, \sigma=1/\lambda=\sqrt{V/2} \quad \dots\dots\dots (4-13)$$

具体的結果は表 4-1 に示すが， $m, \sigma, 1/\lambda$ に関して顕著な特性は認められない。このように作業時間分布をアールン分布と仮定すると，太田の解釈における正規分布部分が工事現場の特性を表わすことを立証するのは困難である。

表 4-1 ショベル系掘削機の 1 回の植込み時間分布に対する適用例

機 種	容 量 (m^3)	平均 M (秒)	分散 V	ゲーム継続時間 分 布		負の 2 項分布		無限分解可能な 分 布		正 規 ・ 指 数 た た ん こ 分 布	
				p_1	b_1	p_2	b_2	m	λ	m	$\sigma = 1/\lambda$
パ ワ ー シ ョ ベ ル	4.5	27.0	50.6	0.79	16	0.35	9	-23.6	50.6	22.0	5.0
		31.3	87.0	0.76	16	0.26	8	-54.7	87.0	24.7	6.6
		31.3	99.8	0.75	16	0.24	8	-68.5	99.8	24.2	7.1
		27.0	51.2	0.79	16	0.35	9	-24.2	51.2	21.9	5.1
ト ラ ク ク ー シ ョ ベ ル	0.45	17.3	15.7	0.87	13	0.53	9	1.6	15.7	14.5	2.8
		19.0	24.8	0.83	13	0.44	8	-5.8	24.8	15.5	3.5
		25.2	40.9	0.81	15	0.38	10	-15.7	40.9	20.7	4.5
		25.3	45.0	0.80	15	0.36	9	-19.7	45.0	20.5	4.8
ホ イ ー ル ロ ー ダ ー	2.2	31.4	73.4	0.77	17	0.30	9	-42.0	73.4	25.3	6.1
		26.6	57.1	0.78	15	0.32	9	-30.5	57.1	21.2	5.4
		27.4	12.4	0.92	23	0.69	19	15.0	12.4	24.9	2.5
		27.4	8.2	0.93	23	0.77	21	19.2	8.2	25.4	2.0
ド ラ グ シ ョ ベ ル	0.45	24.6	14.4	0.90	20	0.63	16	10.2	14.4	21.9	2.7
		25.8	21.3	0.88	20	0.55	14	4.5	21.3	22.5	3.3
		25.7	12.6	0.92	20	0.67	17	13.1	12.6	23.2	2.5
		26.9	13.5	0.91	22	0.67	18	13.4	13.5	21.3	2.5
日 立	2.0	28.4	56.7	0.79	17	0.33	10	-28.3	56.7	23.1	5.3
		26.5	42.7	0.82	17	0.38	10	-16.2	42.7	21.9	4.6
		24.7	18.6	0.88	19	0.57	14	6.1	18.6	21.6	3.1
		22.4	10.2	0.92	19	0.69	15	12.2	10.2	20.1	2.3
小 松	0.45	22.0	17.6	0.88	17	0.56	12	4.4	17.6	19.0	3.0
		24.7	17.4	0.89	19	0.59	14	7.3	17.4	21.7	3.0
		26.3	20.4	0.88	20	0.56	15	5.9	20.4	23.1	3.2
		25.4	11.5	0.91	21	0.69	18	13.9	11.5	23.0	2.4

(3) 適合性の比較

以上に述べてきた作業時間分布解釈案の、実際のデータに対する適合性を図4-5に示すが、一般にどの解釈もほとんど差がなく実測データによく適合する。作業時間分布の解析はいろいろの目的、立場において行われるべきであり、また実測データ量が十分でないこめ、これらの解釈の適否を一概に述べることはできない。ここでは作業時間分布の解釈案を列挙するにとどめ、今後多くの資料による検討を待つことにする。

4.3 機械化土工作業のモデル化

(1) 序

機械化土工作業を分析してみると、その支配的特性が図4-6に示すように、掘削・運搬・捨土という同一作業の繰り返しであることが容易に理解される。この繰り返して行われる作業サイクルを1つのシステムとみることは自然であろう。実際の工事では掘削、運搬、捨土の土工作業が単独で存在するわけではなく、他の施工作业や自然条件などの影響下にある。図4-6に示すように土工全体の中に掘削・運搬・捨土システムが存在し、施工における他の要素（環境）は制限条件、外乱などとしてシステムと互いに応答し合うと解釈する。

機械化土工作業を掘削・運搬・捨土システムとして定量的に表現するためには、土工作業のモデル化を行う必要がある。土工機械の種類は多数であり、実際の工事では、いくつかの機種を併用する場合が多く、工事現場ごとの個別性がかなり強い。このような個別性の表現が可能であり、しかも一般的なモデルを得るための変数として、ここでは作業時間

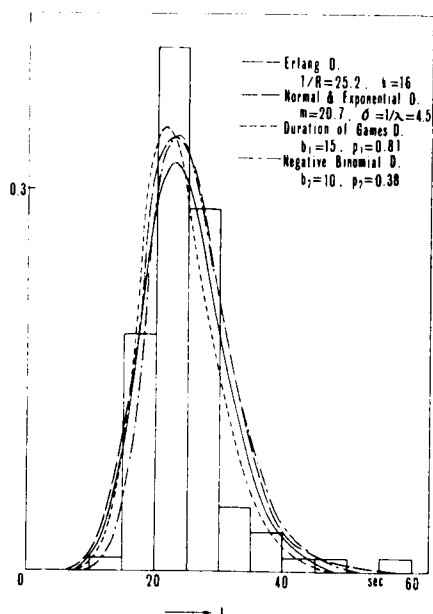


図4-5

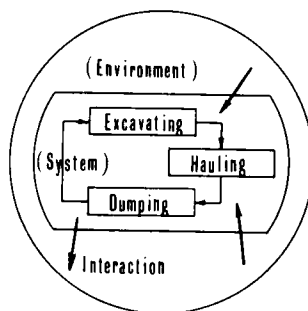


図4-6

を選ぶことにする。以下に、ショベル・ダンプトラック組合わせ作業を例にとり具体的なモデル化の例を示す。

(2) 各作業のモデル化

a) 掘削積込み作業

ダンプトラックがショベルの両側に入るか、片側のみに入るか、およびショベルが複数の場合、積込みを受けるために待機するダンプトラックが各ショベルごとに待ち行列をつくるか、すべてのショベルに共通の待ち行列をつくるかなどにより、いくつかの掘削積込み作業形式が考えられる。簡単のためショベル1台、ダンプトラックがショベルの片側にのみ入る場合のモデルを図4-7、4-8、4-9、表4-2に示す。第 n 番目に到着したダンプトラックは先のダンプトラックが積込みを終って出発していれば($D_{6n} > D_{2n-1}$)、ただちにショベル横に入り、逆の場合はそのままダンプトラック待機位置で待つ。待ちが終るとショベル横に入り、ショベルの積込み準備ができていれば($D_{1n} > S_{1n}$)、ただちに積込みが開始され、そうでない場合はショベル横で待つ。積込みが終了するとダンプトラックはただちに出発し、次のダンプトラックがショベル横に入れる位置まで来たとき(D_{2n})、積込み作業を完全に終了する。あるダンプトラックに対する積込みを終えるとショベルはただちに次のダンプトラックのための積込み準備を開始し、すぐに放土(積込み)できる姿勢で待つとする。

b) 運搬作業

ダンプトラックが運搬路を走行する場合、先のダンプトラックを追い抜くことが許されるか

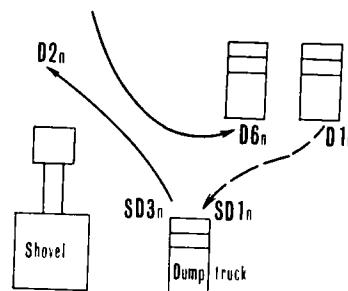


図4-7 施工機械移動図

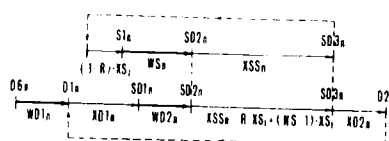


図4-8 作業時間関係

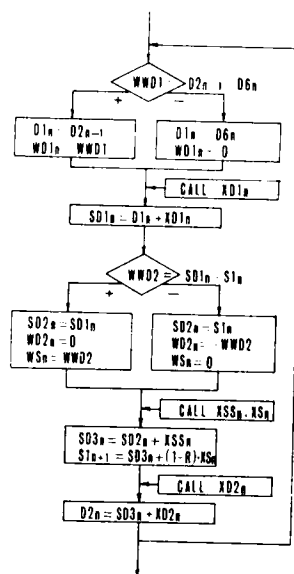


図4-9 シミュレーション・フローチャート

表 4 - 2

	記 号	説 明
ダ ン プ ト ラ ッ ク	$D6_n$	積み込みのための待ち行列位置に到着する時刻
	$WD1_n$	待ち行列位置で待つ時間
	$D1_n$	ショベル横へ入るために待ち行列位置を出る時刻
	$XD1_n$	待ち行列位置からショベル横までの走行時間
	$SD1_n$	ショベル横へ到着する時刻
	$WD2_n$	ショベル横で待つ時間
	$SD2_n$	積み込み開始時刻
	$SD3_n$	積み込み終了時刻
	$XD2_n$	ショベル横を去るのに要する時間
	$D2_n$	ショベル横を去った時刻
シ ョ ベ ル	$S1_n$	積み込み準備を終了する時刻
	WS_n	ショベルの待ち時間
	XS_i	掘削～放土の1回の積み込み時間 ($i=1,2,\dots,NS$)
	R	XS_i において放土時間の占める割合 ($0 < R < 1$)
	NS	1台のダンプに対する積み込み回数

表 4 - 3

	記 号	説 明
往 路	$D2_n$	積み込場を出発し運搬路に入る時刻
	$XD3_n$	運搬路走行に要する時間
	$WD3_n$	運搬路上での待ち時間
	$D3_n$	捨土場へ到着する時刻
復 路	$D5_n$	捨土場を出発し運搬路に入る時刻
	$XD4_n$	運搬路走行に要する時間
	$WD5_n$	運搬路上の待ち時間
	$D6_n$	積み込場へ到着する時刻

許されないかにより2種類のモデルに分けられる。ここでは，現実的な後者のモデルを図4-10，表4-3に示す。このモデルは交通流問題でよく遭遇する，窓口数無限大，到着した顧客はただちにサービスを受けられるが，窓口を去る順序は到着順と同じという待合せモデルである。

c) 捨土作業

掘削積込み作業と同様に，捨土を行うために待機するダンプトラックの待ち行列のつくり方により2種類のモデルに分けられる。ここでは簡単のため捨土場1か所の場合のモデルを図4-11，4-12，表4-4に示す。

掘削積込み作業その他における別の形式のモデルや，スクレーバなど別の土工機械を用いる場合のモデルも同様に得られるが省略する。3)

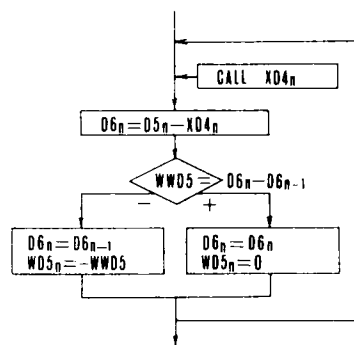


図4-10

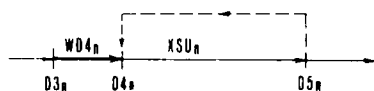


図4-11

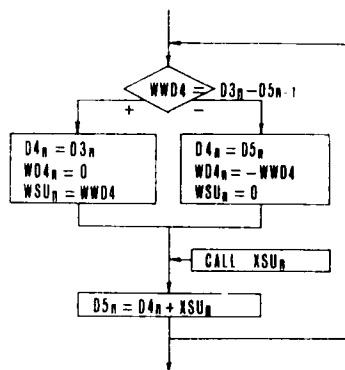


図4-12

表4-4

記号	説明
$D3_n$	捨土場へ到着する時刻
$WD4_n$	捨土場でのダンプトラック待ち時間
WSU_n	捨土場が空いている時間
$D4_n$	捨土作業開始時刻
$X04_n$	捨土作業時間
$D5_n$	捨土作業終了時刻

4.4 待合せ問題の近似解法

掘削・運搬・捨土システムを作業時間を用いて待合せモデルとして表現したが，その待合せ形式は簡単でなく，待ち行列理論による結果をそのまま適用するのは困難である。従来の研究として，たとえば，顧客が有限母集団からなる $M/M/1$ は 2) 型待合せモデルを積込み機械と運搬機械の待合せ問題に適用した Griffis の研究⁵⁰⁾ があるが，i) 積込み作業における待合せ形式は $M/M/1$ 型でなく到着時間間隔，サービス時間とも指数分布には従わない，ii) 待合せ問題は積込み作業に際してのみ生じるのではない，iii) 運搬機械台数に応じてそのサイクルタイムが変化する，などの点が，実際の作業を忠実に表現した前述の掘削・運搬・捨土システムモデルと比較して十分考慮されていない。確率過程論に基づく解析は，本章に示すモデルの場合，実用的成果を期待できない。シミュレーションによる解法も最適解を得るという立場からは不十分である。ここでは，実際の作業をできるだけ忠実に解析することを目指として，統計的非線型制御理論に示唆を得た待合せ問題の近似解法について検討する。

(1) 非線型制御理論の適用

a) ブロック線図による表現¹⁵⁴⁾

$G/G/1$ は 2) 型待合せモデルにおいて h_n, w_n, u_n を第 n 番目に到着した顧客のサービス時間，待ち時間，到着前にサービス窓口が空いている時間とし， x_{n-1}, y_{n-1} を $(n-1)$ 番目と n 番目の顧客の到着時間間隔，出発時間間隔とする。図 4-13 を参照して一般に式 (4-14) が成立し^{24), 92)}，これをブロック線図に表わしたものが図 4-14 である。

$$\left. \begin{aligned} w_n &= [w_{n-1} + h_{n-1} - x_{n-1}]^+ \\ u_n &= [x_{n-1} - w_{n-1} - h_{n-1}]^+ \\ y_{n-1} &= h_n + u_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-14)$$

注 2) Kendall の記号¹²⁵⁾ であり「到着時間間隔分布／サービス時間分布／サービス窓口の数」を表わす。記号として M ：指数分布， E_k ：位相 k のアーラン分布， G ：一般の分布，を用いる。

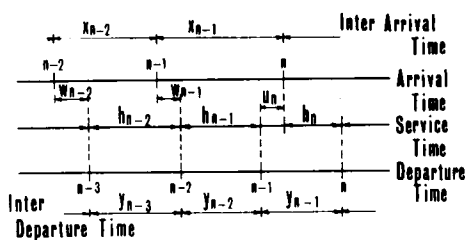


図 4-13 G/G/1・時間関係

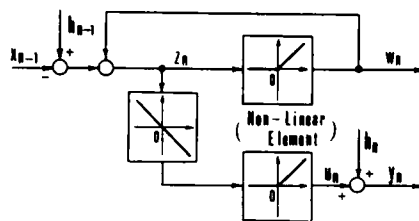


図 4-14 G/G/1・ブロック線図

ただし式 (4-14) および図 4-14 の伝達要素による変換の意味は式 (4-15) および図 4-15 に示す通りである。

$$\left. \begin{array}{l} x_n > 0 \text{ のとき } [x_n]^+ = x_n \\ x_n \leq 0 \text{ のとき } [x_n]^+ = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (4-15)$$

図 4-15 の非線型変換において，連続不規則系列 z_n のうち正でない z_n がすべて $y_n=0$ として出力になるから，

$z_n < 0$ の確率がすべて $z_n=0$ の確率に加算され，出力 y_n の確率密度関数が図 4-15 の形になることは明らかである。次に， x_n, h_n に相当するダンブトラック到着時間間隔，捨土時間その他の実測データについて自己相関関数を計算してみると図 4-16 に例を示すように Dirac の δ 関数に近似される。すなわち x_n, h_n が白雑音 (White Noise)¹³²⁾

とみなされることから， x_n と $x_{n+\tau}$

h_n と $h_{n+\tau}$ ， x_n と h_n は $\tau=0$ を除き，

それぞれ互いに独立と仮定する。このことから，すでに指摘されているように，図 4-14 における $(h_n - x_n)$ と w_{n-1} は互いに独立となる。したがって，図 4-14 における信号の添字をすべて無視することができる。⁹²⁾

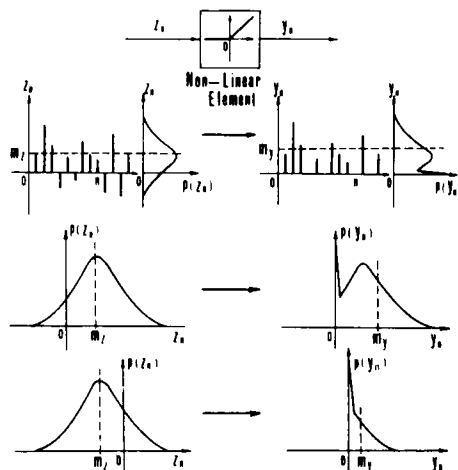


図 4-15

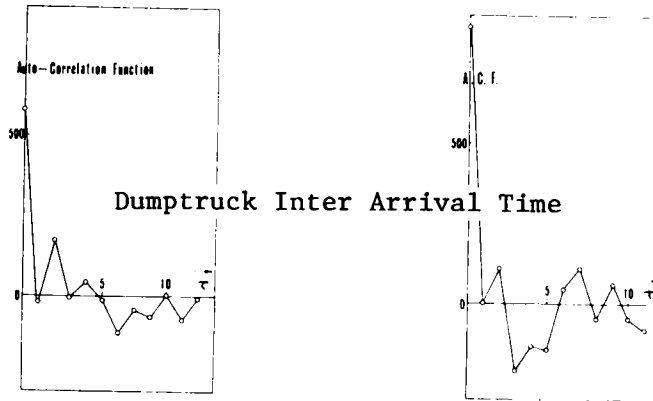


図 4 - 1 6

b) 制御系における確率分布

正規分布は無限分解可能な分布であることから，線型要素への入力が正規分布に従うとき出力もまた正規分布に従うという便利な性質をもつため統計的制御理論でよく用いられる¹³²⁾。機械化土工における作業時間は必ずしも正規分布に従うわけではないが，図4-14から明らかなように非線型伝達要素への入力となるのに際して，確率変数である信号相互に必ずたたみこみが行われているから，入力信号の確率分布は正規分布に近づくと考えられる。また，たたみこまれた確率分布には当然，負の領域が生じる可能性があり（このことが待合せ問題の本質であるが），負の領域でも定義される確率分布でなければ意味をもたない。以上のことから，待合せモデルを表わす図4-14のブロック線図における非線型伝達要素への入力信号が正規分布に従うと仮定する。

c) Kazakov の統計的等価線型化法^{123), 131)}

図4-14のブロック線図から明らかなように待合せモデルは非線型変換を含む，いわゆる非線型制御系となり厳密な解を得るのは困難である。ここでは，待合せモデルが伝達要素の荷重関数が Dirac の δ 関数で表わされる，Zero-Memory 型非線型制御系¹³²⁾であることに着目し，非線型制御理論における統計的等価線型化法 (Statistical Equivalent Linearization Technique ; SELT) を適用した待合せ問題の解析を試みる。統計的等価線型化法として一般に用いられるのは Booton 法，Kazakov 法であり，前者は解析方法は容易であるが，図4-15に示す待合せモデルの非線型変換における平均と分散の変化を正確に表わせない。Kazakov 法は多少複雑ではあるが図4-15の変換にも

適用しうるので Kazakov 法に基づく解析を以下に行う。Kazakov の等価線型化法は、非線型変換式 (4-16) を線型変換式 (4-17) により最良近似するものである。

$$y_n = f(z_n) = [z_n]^+ \dots\dots\dots (4-16)$$

$$y_n = \kappa_0 \cdot m_z + \kappa_1 \cdot (z_n - m_z), \quad m_z = E[z_n] \dots\dots\dots (4-17)$$

ここで z_n, y_n は非線型伝達要素の入出力を表わし、 m_z は入力 z_n の平均値である。
 κ_0, κ_1 の決め方としては式 (4-18)、式 (4-19) の 2 つの方法がある。

$$\left. \begin{aligned} E[f(z_n)] &= E[\kappa_0 \cdot m_z + \kappa_1 \cdot (z_n - m_z)] \\ V[f(z_n)] &= V[\kappa_0 \cdot m_z + \kappa_1 \cdot (z_n - m_z)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-18)$$

$$E\{[f(z_n) - [\kappa_0 \cdot m_z + \kappa_1 \cdot (z_n - m_z)]]^2\} \rightarrow \min \dots\dots\dots (4-19)$$

前述のように z_n が正規分布に従うとし、さらに z_n に関して定常性、および時間平均が集合平均に等しいという意味でのエルゴード性の仮定が満たされるとして式 (4-18)、(4-19) を解くと次の結果を得る。式 (4-20)、図 4-17、4-18、4-19 に示すように、2 つの方法から求めた κ_0 は一致するが κ_1 は異なり、Kazakov は両者の算術平均を κ_1 とすることを提案している。

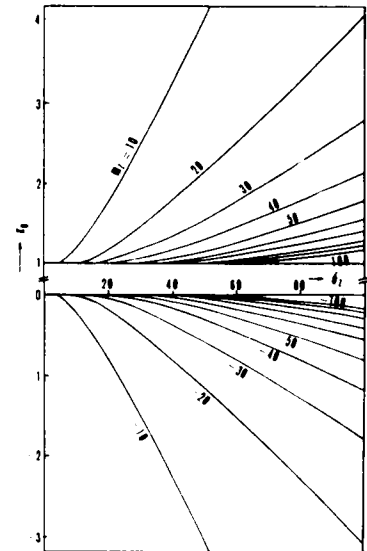


図 4-17

$$\left. \begin{aligned} \kappa_0 &= \int_0^\infty z_n \cdot \phi(z_n; m_z, \sigma_z) dz_n / m_z \\ \kappa_1' &= \left\{ \int_0^\infty z_n^2 \cdot \phi(z_n; m_z, \sigma_z) dz_n - (\kappa_0 \cdot m_z)^2 \right\}^{1/2} / \sigma_z \\ \kappa_1'' &= \left\{ \int_0^\infty z_n^2 \cdot \phi(z_n; m_z, \sigma_z) dz_n - \kappa_0 \cdot m_z^2 \right\} / \sigma_z^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-20)$$

ただし $\phi(t; m, \sigma)$ は平均 m 、分散 σ^2 の正規分布密度関数を表わす。

$$\phi(t; m, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

また、 σ_z^2 は入力 z_n の分散とする。一方、非線型要素出力 y_n の平均 m_y 、分散 σ_y^2 は次式で求められる。

$$m_y = \kappa_0 \cdot m_z, \quad \sigma_y^2 = \kappa_1^2 \cdot \sigma_z^2 \dots\dots\dots (4-21)$$

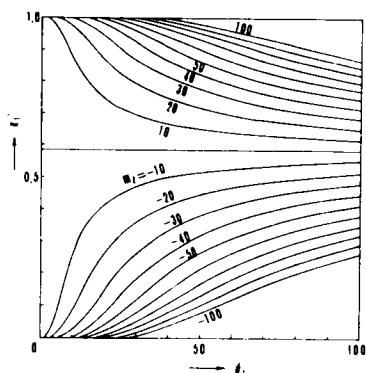


図 4-18

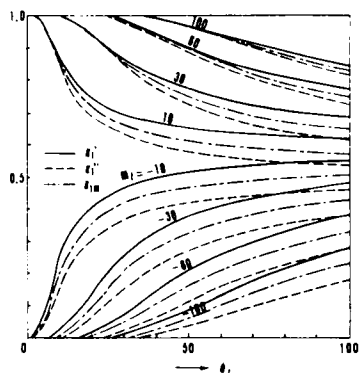


図 4-19

式(4-20)を参照すると $\kappa_0, (\kappa_1')^2$ が z_n と y_n の平均, 分散の比を正確に示している。したがって κ_1' を κ_1 とする場合には必ずしも等価線型化法の概念を用いる必要はなく, 単に非線型要素の入出力における平均と分散の比を κ_0, κ_1' の2つのパラメータにより表わすとも解釈できる。このことは後述する平均分散比法において利用する。

d) 非線型制御系の解析

GG1 を表わす図4-14のブロック線図を解析するには図4-20に示す, 正のフィードバックをもつ非線型制御系において, 系の入力 v_n の確率分布または平均, 分散を既知としたときの, 系の出力 y_n または非線型要素への入力 z_n の確率分布または平均, 分散を知る必要がある。非線型制御系において, これらの結果を得ることは一般に困難であるが, 等価線型化法はこのような非線型制御系のための近似解法である。図4-20における非線型要素を Kazakov の等価線型要素 κ_0, κ_1 で置き換えると, 図4-21は図4-20の線型制御系になる。ここで κ_0, κ_1 は式(4-20)から分かるように非線

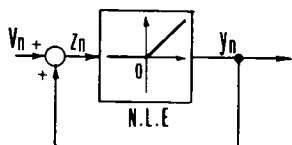


図 4-20

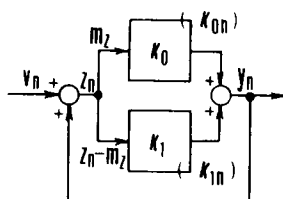


図 4-21

型要素への入力 z_n の平均 m_z , 分散 σ_z^2 の関数である。 m_z, σ_z^2 が制御系への入力 v_n の平均 m_v , 分散 σ_v^2 の関数になることから, κ_0, κ_1 は m_v, σ_v^2 の関数になる。したがって非線型制御系への入力 v_n の平均および分散に応じて κ_0, κ_1 が決まれば, 図4-20の非線型制御系は図4-21の線型制御系として扱えることになる。

図4-21において, 次式が成立することは明らかである。

$$\left. \begin{aligned} z_n &= v_n + y_n, \quad m_z = m_v + m_y \\ \sigma_z^2 &= \sigma_v^2 + \sigma_y^2 + 2 \cdot \text{Cov}(v_n, y_n) = \sigma_v^2 + \kappa_1^2 \cdot \sigma_z^2 + 2 \frac{\kappa_1}{1 - \kappa_1} \sigma_v^2 \\ m_y &= \kappa_0 \cdot m_z, \quad \sigma_y^2 = \kappa_1^2 \cdot \sigma_z^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-22)$$

したがって次式を得る。

$$m_z = m_v / (1 - \kappa_0), \quad \sigma_z^2 = \sigma_v^2 / (1 - \kappa_1)^2 \quad \dots\dots\dots (4-23)$$

$$m_y = \kappa_0 \cdot m_v / (1 - \kappa_0), \quad \sigma_y^2 = \kappa_1^2 \cdot \sigma_v^2 / (1 - \kappa_1)^2 \quad \dots\dots\dots (4-24)$$

式(4-23)を式(4-20)に代入すると次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \kappa_0 &= \int_0^\infty z_n \cdot \phi(z_n; \frac{m_v}{1 - \kappa_0}, \frac{\sigma_v}{1 - \kappa_1'}) dz_n \Big/ \frac{m_v}{1 - \kappa_0} \\ \kappa_1' &= \left\{ \int_0^\infty z_n^2 \cdot \phi(z_n; \frac{m_v}{1 - \kappa_0}, \frac{\sigma_v}{1 - \kappa_1'}) dz_n - \kappa_0^2 \cdot \left(\frac{m_v}{1 - \kappa_0} \right)^2 \right\}^{1/2} \Big/ \frac{\sigma_v}{1 - \kappa_1'} \end{aligned} \right\} \quad (4-25)$$

m_v, σ_v^2 を既知として式(4-25)を κ_0, κ_1 に関する2元連立方程式として解くことにより, κ_0, κ_1 が m_v, σ_v^2 から求められ, 式(4-24)から m_y, σ_y^2 が得られることになる。

一方, $G/G/1$ を表わす図4-14のブロック線図において, 図4-20の非線型制御系の v_n, y_n にそれぞれ相当する $h_n - x_n, w_n$ が互いに独立となることは前述の通りである。しかし, 式(4-22)で v_n と y_n の共分散 $\text{Cov}(v_n, y_n)$ が存在することから明らかなように, 等価線型化法を適用することにより v_n と y_n の独立性は失われる。したがって等価線型化法は非線型変換の近似精度だけでなく, 非線型制御系全体をどの程度正確に表現しているかという観点から評価される必要がある。前述の, κ_1 として κ_1', κ_1'' のいずれをとるかという問題も, この立場から判断されなければならない。

以上のことから判断して, 前述のように κ_0, κ_1' を線型要素と考えず, 単に図4-15

の非線型変換による入力 z_n , 出力 y_n における平均と分散の変化 (比) を表わすパラメータと解釈することが改めて意味をもつ。このように解釈した κ_0, κ_1' を κ_{0n}, κ_{1n} と表わし、これらを用いた非線型制御系の新たな解析法を仮に「平均分散比法 (Expectation and Variation Ratio Technique ; EVRT) 」と名づけることにする。

e) 平均分散比法

図 4-20 において、 v_n, y_n が独立であるとき、 κ_{0n}, κ_{1n} を用いて次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} z_n &= v_n + y_n \\ m_z &= m_v + m_y, \quad \sigma_z^2 = \sigma_v^2 + \sigma_y^2 \\ m_y &= \kappa_{0n} \cdot m_z, \quad \sigma_y^2 = \kappa_{1n}^2 \cdot \sigma_z^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-26)$$

式 (4-26) より次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} m_z &= m_v / (1 - \kappa_{0n}), \quad \sigma_z^2 = \sigma_v^2 / (1 - \kappa_{1n}^2) \\ m_y &= \kappa_{0n} \cdot m_v / (1 - \kappa_{0n}), \quad \sigma_y^2 = \kappa_{1n}^2 \cdot \sigma_v^2 / (1 - \kappa_{1n}^2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-27)$$

式 (4-27) の m_z, σ_z^2 を式 (4-20) に代入して次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \kappa_{0n} &= \int_0^\infty z_n \cdot \phi \left(z_n; \frac{m_v}{1 - \kappa_{0n}}, \frac{\sigma_v}{\sqrt{1 - \kappa_{1n}^2}} \right) dz_n \Big/ \frac{m_v}{1 - \kappa_{0n}} \\ \kappa_{1n} &= \left\{ \int_0^\infty z_n^2 \cdot \phi \left(z_n; \frac{m_v}{1 - \kappa_{0n}}, \frac{\sigma_v}{\sqrt{1 - \kappa_{1n}^2}} \right) dz_n - \kappa_{0n}^2 \cdot \left(\frac{m_v}{1 - \kappa_{0n}} \right)^2 \right\}^{1/2} \Big/ \frac{\sigma_v}{\sqrt{1 - \kappa_{1n}^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-28)$$

式 (4-28) を等価線型化法におけるのと同様に m_v, σ_v^2 を既知とした、 κ_{0n}, κ_{1n} に関する連立方程式とみて数値的に解いた結果を図 4-22, 図 4-23 に示す。なお、 κ_{0n} の不連続点 σ_{v0} は標準正規分布密度関数 $\phi(x; 0, 1) = \phi(x)$ を用いて次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_{v0} &= \left\{ 1 - \int_0^\infty x^2 \cdot \phi(x) dx + \left(\int_0^\infty x \cdot \phi(x) dx \right)^2 \right\}^{1/2} \Big/ \\ &\quad \cdot \int_0^\infty x \cdot \phi(x) dx \cdot (-m_v) \cong -2.03 m_v \quad \dots\dots\dots (4-29) \end{aligned}$$

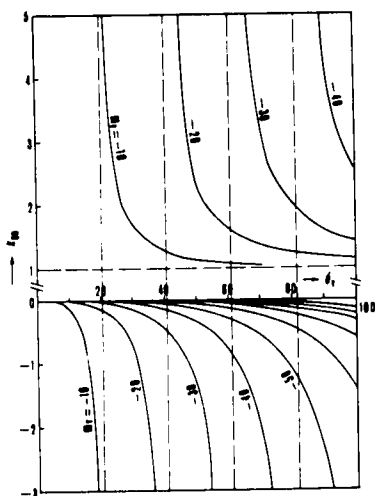


図 4-22

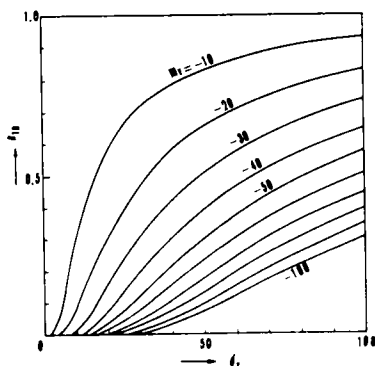


図 4-23

(2) 待合せ問題の解析

$G/G/1$ を表わす図 4-14 における非線型要素を等価線型化法，平均分散比法における $\kappa_0, \kappa_1, \kappa_{0n}, \kappa_{1n}$ で置き換えたものが図 4-24 である。

a) 平衡状態存在条件^{92), 125)}

サービス窓口で，顧客の待ち行列の長さが無限大にならない，いわゆる平衡状態が存在する条件として，次式が得られている。

$$\left. \begin{aligned} \rho = \lambda/\mu &= \frac{1}{\mu} \left/ \frac{1}{\lambda} \right. < 1 \quad (G/G/1) \\ \rho = \lambda/s\mu &= \frac{1}{s\mu} \left/ \frac{1}{\lambda} \right. < 1 \quad (G/G/s) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-30)$$

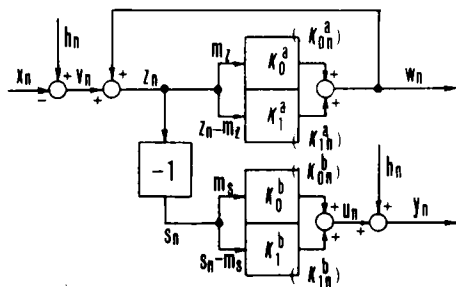


図 4-24

ここで $1/\lambda, 1/\mu$ は図 4-14 における顧客の到着時間間隔 x_n , サービス時間 h_n の平均である。等価線型化法，平均分散比法において，図 4-20 の v_n の平均 m_v は式 (4-23), (4-27) より次式で表わされる。

$$m_v = m_z(1 - \kappa_0) \text{ または } m_v = m_z(1 - \kappa_{0n}) \quad \dots\dots\dots (4-31)$$

図 4-15, 4-17 から明らかなように, 次式の条件から, 図 4-20 の非線型制御系では $m_v < 0$ の場合しか存在しない。

$$\left. \begin{array}{l} \kappa_0 \text{ (または } \kappa_{0n}) \geq 1 \text{ のとき } m_z < 0 \\ \kappa_0 \text{ (または } \kappa_{0n}) \leq 0 \text{ のとき } m_z < 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (4-32)$$

このことは次式を参照して式 (4-30) と同じことを表現している。 $G/G/1$ のブロック線図が図 4-20 の非線型制御系を含んでいることが平衡状態存在条件にそのまま対応することになる。 $G/G/s$ に対しても同様な方法により式 (4-30) と同じ結果を得る。

$$m_v = E[h_n] - E[x_n] = 1/\mu - 1/\lambda < 0 \quad \dots\dots\dots (4-33)$$

b) サービス窓口が空いている確率¹²⁵⁾

待ち行列理論から, $G/G/1$ において窓口が空いている確率 P_0 が到着時間間隔やサービス時間のバラツキと無関係に次式で与えられることが知られている。

$$P_0 = 1 - \rho = 1 - \lambda/\mu \quad \dots\dots\dots (4-34)$$

一方, 図 4-14 におけるサービス窓口の空いている時間 u_n を利用して, P_0 は次のようにして求められる。図 4-24 において z_n, s_n の確率密度関数を $p_z(z_n), p_s(s_n)$ とする。 $s_n = -z_n$ という関係から $p_s(s_n) = p_z(z_n)$ が成立し, κ_0^b は,

$$\kappa_0^a = \int_0^\infty z_n \cdot p_z(z_n) dz_n / \int_{-\infty}^\infty z_n \cdot p_z(z_n) dz_n$$

を用いて次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \kappa_0^b &= \int_0^\infty s_n \cdot p_s(s_n) ds_n / \int_{-\infty}^\infty s_n \cdot p_s(s_n) ds_n = \int_0^\infty z_n p_z(z_n) dz_n / \int_{-\infty}^\infty z_n \cdot p_z(z_n) dz_n \\ &= 1 - \int_0^\infty z_n \cdot p_z(z_n) dz_n / \int_{-\infty}^\infty z_n \cdot p_z(z_n) dz_n = 1 - \kappa_0^a \quad \dots\dots\dots (4-35) \end{aligned}$$

したがって u_n の平均 m_u は式 (4-27) を用いて次式で与えられる。

$$m_u = E[u_n] = E[s_n] \cdot \kappa_0^b = E[-z_n] \cdot \kappa_0^b = \left(\frac{-m_v}{1 - \kappa_0^a} \right) \cdot (1 - \kappa_0^a) = -m_v = 1/\lambda - 1/\mu \cdots (4-36)$$

顧客が到着したとき窓口が空いている確率 P_0 は次式のように求められるが，この結果は式(4-34)と一致する。

$$P_0 = E[u_n] \cdot \frac{1}{\lambda} = 1 - \lambda/\mu = 1 - \rho \cdots (4-37)$$

以上のことは， z_n がいかなる確率分布に従う場合にも成立する。したがって式(4-37)の結果は $G/G/1$ に対して成立する。なお， κ_0^a, κ_0^b のかわりに $\kappa_{0n}^a, \kappa_{0n}^b$ を用いても同じ結果を得る。

これらの方法を用いて複雑な待合せモデルに対しても，比較的容易に平衡状態存在条件や P_0 を求めることが可能であろう。

c) 待合せ問題解析の手順

一般に待合せモデルは到着時間間隔 x_n ，サービス時間 h_n の2つの確率変数を入力とする。 $G/G/1$ における顧客の待ち時間 w_n と，窓口が空いている時間 u_n が， h_n と x_n の差のみにより決まることは図4-14のブロック線図における信号の関係から容易に理解される。このことは $G/G/1$ について導かれた Wiener-Hopf 型積分方程式の形から Lindley が，「 w_n の確率分布は h_n と x_n の差の確率分布より定まり，(h_n と x_n の)それぞれの分布にはよらない」と表現している⁹²⁾。すでに推察されるように等価線型化法，平均分散比法による待合せ問題の解析においては非線型要素への入力信号の確率分布を正規分布と仮定したから，実質的に待ち時間 w_n ，窓口の空き時間 u_n の平均，

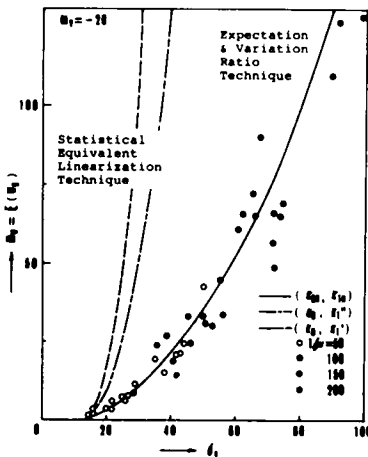


図 4-25 (a)

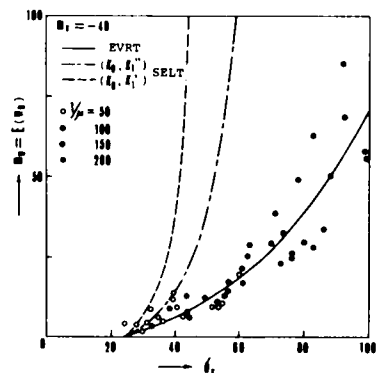


図 4-25 (b)

分散が h_n と x_n の差の平均，分散のみにより決まることになる。具体例として $E_k/E_l/1$ 注2) の待合せモデルにおいて， $1/\mu = E[h_n] = 50, 100, 150, 200$ ，アーラン分布の位相 $k = 3, 8, 12, 30$ ， $l = 3, 8, 12, 30$ ， $m_v = E[h_n] - E[x_n] = -20, -40, -60, -80, -100$ のあらゆる組合わせについてシミュレーションを行って，待ち時間の平均 $E[w_n]$ ，分散 $V[w_n]$ を求めた結果を $m_v = E[h_n] - E[x_n]$ ， $\sigma_v^2 = V[h_n] + V[x_n]$ により整理した数例を図4-25

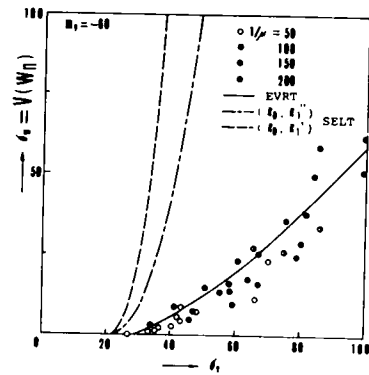


図4-25(c)

に示す。 $E[w_n]$ ， $V[w_n]$ の値は，いくらか変動するが， m_v, σ_v^2 により明確な傾向を示す。同じシミュレーションから窓口の空き時間の平均 $E[u_n]$ を求めた結果を図4-26に示す。式(4-36)によれば， $G/G/1$ において $E[u_n]$ は一定値 $1/\lambda - 1/\mu$ をとるはずであるが，かなりの変動を示す。このことからみて $E[w_n]$ ， $V[w_n]$ の変動もシミュレーションの誤差によるものが大きいと推定される。したがって w_n ， u_n の平均，分散が h_n と x_n の差の平均，分散から決まるとすることは少なくとも $E_k/E_l/1$ に対しては妥当と考えられる。図4-25にはKazakovの等価線型化法および平均分散比法

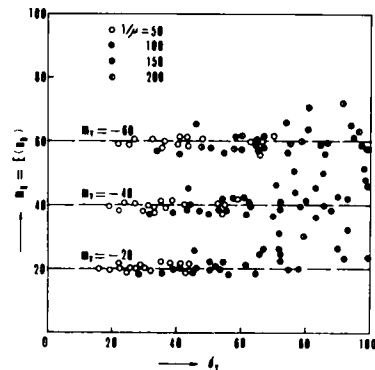


図4-26

に基づく $E[w_n]$ ， $V[w_n]$ の理論曲線を示す。すでに予想されたように，非線型制御系における信号間の関係を最も忠実に表現している平均分散比法がシミュレーション結果とはほとんど完全に一致する。平均分散比法でも，非線型要素への入力信号はすべて正規分布に従うと仮定しているから，図4-14の z_n などの分布が正規分布に近くなるほど平均分散比法による理論曲線に近づく。図4-25において理論曲線から遠く離れたシミュレーション結果は $E_{30}/E_3/1$ といった極端な場合が多い。これらのことは前述のシミュレーション誤差と考えあわせて，今後その適用範囲を検討するべきであろう。

次に，待合せ問題の解析に平均分散比法を用いる方法を例題により説明する。

〔例題〕 図4-14，4-24参照。

アーラン分布の位相 $k=3, l=12, 1/\mu = E[h_n] = 50, 1/\lambda = E[x_n] = 70$ とした $E_k/E_l/1$ に

において、顧客の待ち時間 w_n の平均 $E[w_n]$ ，分散 $V[w_n]$ ，窓口の空き時間 u_n の平均 $E[u_n]$ ，分散 $V[u_n]$ ，顧客の出発時間間隔 y_n の平均 $E[y_n]$ ，分散 $V[y_n]$ を求める。

- $m_v = E[h_n] - E[x_n] = -20$

$$\sigma_v^2 = V[h_n] + V[x_n] = 1/l \mu^2 + 1/k \lambda^2 = 1842, \sigma_v = 43$$

- 図 4-2-2 より $\kappa_{0n}^a \approx 10$ ，図 4-2-3 より $\kappa_{1n}^a = 0.60$

- 式 (4-2-7) より $E[w_n] = m_v \cdot \kappa_{0n}^a / (1 - \kappa_{0n}^a) \approx 20$

- 式 (4-2-7) より $V[w_n] = \sigma_v^2 \cdot (\kappa_{1n}^a)^2 / \{1 - (\kappa_{1n}^a)^2\} = 1031$

- 式 (4-3-6) より $E[u_n] = 1/\lambda - 1/\mu = 20$ ， $V[u_n] = \sigma_v^2 + 2 m_v \cdot E[w_n] = 1041$

- $E[y_n] = E[u_n] + E[h_n] = 70$ ， $V[y_n] = V[u_n] + V[h_n] = 1250$

表 4-5

		理論値	シミュレーション
w_n	平均	20.0	21.2
	分散	1031.0	775.0
u_n	平均	20.0	19.1
	分散	1041.0	800.0
y_n	平均	70.0	65.9
	分散	1249.9	1120.0
アーラン 分布位相	w_n	$20.0^2/1031.0 = 0.4 \div 1$	
	u_n	$20.0^2/1041.0 = 0.4 \div 1$	
	y_n	$70.0^2/1249.9 = 3.9 \div 4$	

以上の結果とシミュレーション結果の比較を表 4-5，図 4-2-7 に示す。 w_n ， u_n ， y_n の確率分布をアーラン分布に近似するとシミュレーション結果によく一致するようである。

(3) 結論と考察

非線型制御理論を待合せ問題に適用する際に，制御系の信号に対して用いた仮定は

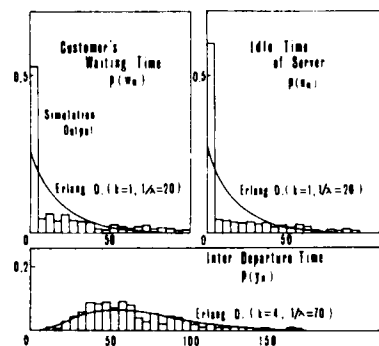


図 4-2-7

i) 定常不規則系列, ii) エルゴード性, iii) 白雑音, iv) x_n と h_n , x_n と x_{n+r} などの独立性, v) 非線型要素への入力が正規分布に従うこと, の5つである。ii)～iv) の仮定は一般に無理のないものであるが, i) より非定常状態の解は別に求める必要がある。v) の仮定は平均分散比法における根本的問題である。たとえば図4-20の非線型制御系において図4-15からみて明らかに正規分布には従わない y_n が加合せ点で x_n とたたみこまれることにより, 非線型要素への入力 z_n の確率分布がどの程度正規分布に近づくかが問題となる。この問題については到着時間間隔やサービス時間の確率分布に応じた適合性の検討が必要であるが, 今後の課題とする。

平均分散比法による待合せ問題の解析は, 要約すると, 図4-15の非線型変換と図4-20の非線型制御系の組合わせにより待合せモデルを表現しようとするものである。図4-15による変換は式(4-20), (4-21), 図4-17, 4-18をまとめて, 図4-28, 4-29で表わされる。図4-20による変換は式(4-27), (4-28), 図4-22, 4-23をまとめて, 図4-30, 4-31で表わされる。この結果を用いて一般的な待合せモデルを解析することができる。先にモデル化した掘削・運搬・捨土システムに対する平均分散比法の適用を以下に試みる。

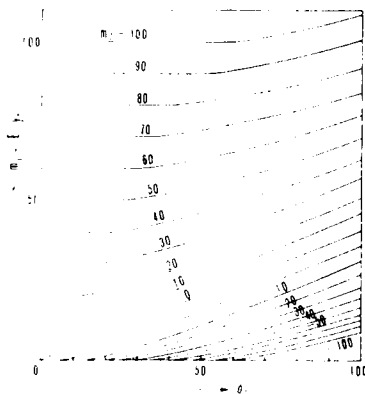


図4-28

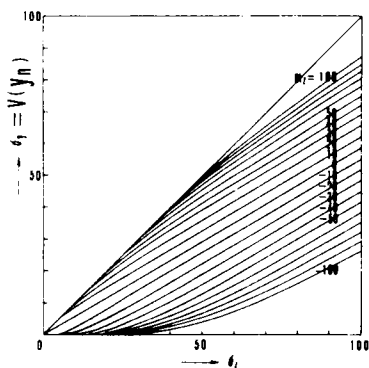


図4-29

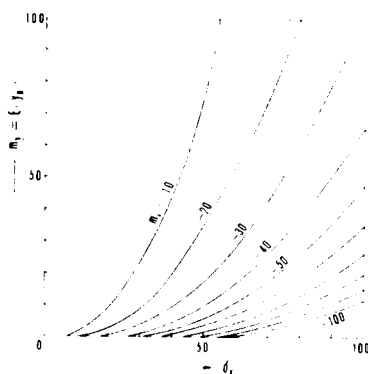


図4-30

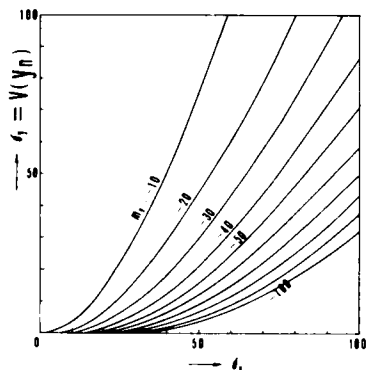


図 4 - 3 1

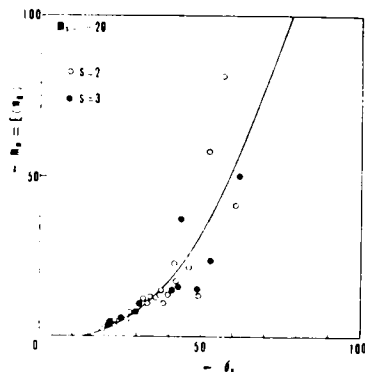


図 4 - 3 2

4.5 機械化土工作業への適用

(1) 捨土作業

捨土場が 1 つの場合の待合せモデルは，捨土作業のモデル化における説明から明らかなように，先に例にとった $E_k/E_l/1$ に相当する（実測データでは $k=3\sim 8$ ， $l=10\sim 50$ ）。

図 4 - 1 4 における x_n ， h_n ， w_n ， u_n ， y_n を，それぞれ $TD3_n = D3_{n+1} - D3_n$ ， XSU_n ，

$$WD4_n, WSU_n, \quad TD5_n = D5_{n+1} - D5_n$$

で置き換えることにより全く同様に解析できる。

捨土場複数，待ち行列 1 列の場合のモデルは $E_k/E_l/s$ に相当し，サービス（捨土）を終了する順序が必ずしも窓口（捨土場）に到着する順序と同じではないという，複数窓口特有の現象のため解析は容易ではない。しかし，平均分散比法の適用により，図 4 - 1 4 に示した $G/G/1$ と似た形のブロック線図を得ることから， $E_{30}/E_3/2$ といった極端な場合を除けば，図 4 - 3 2 に示すように，ある程度

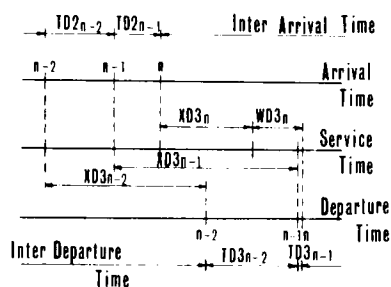


図 4 - 3 3

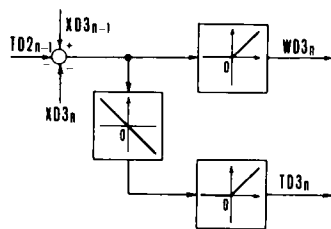


図 4 - 3 4

の近似解が得られるようである。

(2) 運搬作業

モデル化の際に述べたように $E_k/E_l/\infty$ 、顧客の出発順序は到着順という待合せモデルであり、図4-33を参照して一般に次式が成立し、これをブロック線図に表わしたものが図4-34である。

$$\left. \begin{aligned} WD3_n &= [XD3_{n-1} - TD2_{n-1} - XD3_n]^+ \\ TD3_{n-1} &= [-WD3_n]^+ \\ &= [XD3_n + TD2_{n-1} - XD3_{n-1}]^+ \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-38)$$

ここで $TD2_n = D2_{n+1} - D2_n$, $TD3_n = D3_{n+1} - D3_n$ とする。 $G/G/1$ などと異なり、非線型制御系を含まないので、平均分散比法の適用は次のように簡単になる。

【例題】 $E[TD2_n] = 108$, $E[XD3_n] = 200$, アーラン分布の位相 $k = 6$, $l = 10$ のとき, $WD3_n$, $TD3_n$ の平均, 分散を求める。

$$\bullet \quad m_z = E[z_n] = E[XD3_n] - E[TD2_n] - E[XD3_n] = -108$$

$$\sigma_z^2 = V[z_n] = V[XD3_n] + V[TD2_n] + V[XD3_n] = 2 \cdot E[XD3_n]^2/l + E[TD2_n]^2/k = 9905$$

$$\text{図4-28, 4-29より} \quad E[WD3_n] = 9.7, \quad V[WD3_n] = 590$$

$$\bullet \quad m_s = E[s_n] = -m_z = 108, \quad \sigma_s^2 = V[s_n] = \sigma_z^2 = 9905$$

$$\text{図4-28, 4-29より} \quad E[TD3_n] = 118, \quad V[TD3_n] = 7500$$

以上の結果は、シミュレーション結果の $E[WD3_n] = 9.8$, $V[WD3_n] = 586$, $E[TD3_n] = 107.5$, $V[TD3_n] = 7448$ とよく一致している。この例題は一般的とはいえないが、ショベル、ダンプトラック作業としては標準的なものである。

(3) 掘削積込み作業

前述したショベル1台の場合の掘削積込み作業モデルは、ダンプトラックがショベル横へ1台しか入れないことから、ダンプトラック(顧客)について $WD1_n$, $WD2_n$ の2回の待ち時間が生じ、待ち行列の長さ制限のある待合せモデルを含む直列型待合せモデルとなる。しかも到着時間間隔、積込み作業時間などはアーラン分布に従い、待ち行列理論の適用は困難であるが、平均分散比法により次のような結果を得ることができる。

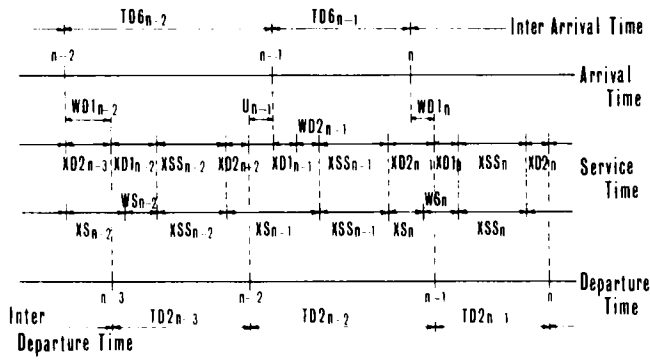


図 4 - 3 5 積み込み作業・時間関係

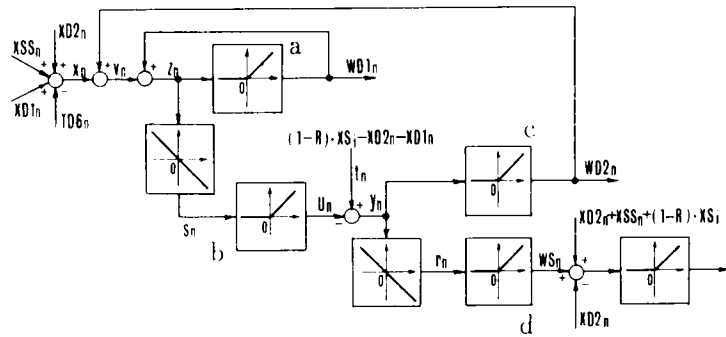


図 4 - 3 6

図 4 - 3 5 を参照して次のような一般式が成立する。

$$\begin{aligned}
 WD1_n &= [XD2_{n-1} + XSS_{n-1} + WD2_{n-1} + XD1_{n-1} \\
 &\quad + WD1_{n-1} - TD6_{n-1}]^+ \\
 U_n &= [-WD1_n]^+ = [TD6_{n-1} - XD2_{n-1} - XSS_{n-1} \\
 &\quad - WD2_{n-1} - XD1_{n-1} - WD1_{n-1}]^+ \\
 WD2_n &= [(1-R) \cdot XS_i - XD2_{n-1} - XD1_{n-1} - U_n]^+ \\
 WS_n &= [-WD2_n]^+ = [XD2_{n-1} + XD1_{n-1} + U_n \\
 &\quad - (1-R) \cdot XS_i]^+ \\
 TD2_{n-1} &= [XD2_n + XSS_n + WS_n + XS_n - XD2_{n-1}]^+
 \end{aligned}
 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \dots\dots\dots (4-39)$$

ここで $TD6_n = D6_{n+1} - D6_n$, $TD2_n = D2_{n+1} - D2_n$ とする。

式(4-39)から図4-36に示すブロック線図を得るが、 $WD2_n$ のフィードバックの存在が $G/G/1$ と異なる。このことが、待ち行列の長さ制限のある直列型待合せモデルの解析を複雑にしている。図4-36よりショベルの遊休率(サービス窓口が空いている確率) P_0 は次のように求められる。

$$\kappa_{0n}^b = 1 - \kappa_{0n}^a, \kappa_{0n}^d = 1 - \kappa_{0n}^c$$

$$E[U_n] = -\{E[x_n] - E[t_n] \cdot \kappa_{0n}^c\} / (1 - \kappa_{0n}^c)$$

$$E[WS_n] = -E[y_n] \cdot \kappa_{0n}^d = \{E[U_n] - E[t_n]\} \cdot (1 - \kappa_{0n}^c)$$

$$= -E[x_n] - E[t_n] = E[TD6_n] - E[XS_n] \cdot NS$$

$$\therefore P_0 = E[WS_n] / E[TD6_n] = 1 - E[XS_n] \cdot NS / E[TD6_n] \quad \dots\dots\dots (4-40)$$

モデル化に際して、実際の作業に忠実にダンプトラック進入時間 $XD1_n$ 、出発時間 $XD2_n$ などを考慮したにもかかわらず、 P_0 はダンプトラック平均到着時間間隔、ショベルの平均積込み時間(1回の平均積込み時間×積込み回数)のみから決まるという予想外の結果を得る。モデル化においてショベルはあるダンプトラックに対する積込みを終了すると、ただちに次のダンプトラックのための掘削積込み作業を始めると仮定しているが、このことは実際の作業において一般的なことである。またショベルが整地その他の別の作業を行う時間は1回の積込み作業時間のバラツキの中に含めることができる。 $E[WD1_n]$,

$E[WD2_n]$ などは P_0 のように簡単に求めることはできないが、実際の積込み作業では $WD2_n \rightarrow 0$ となる場合が多いことから、 $WD2_n$ のフィードバックが無いとしても大きな誤差は生じない。厳密に $E[WD1_n]$ などを求めるには次節のような方法を用いればよい。

(4) 掘削・運搬・捨土作業

すでに推察されているように、掘削・運搬・捨土システムは円環型待合せ(Cyclic Queue)モデルであり、捨土、運搬、掘削積込み作業の待合せモデルにおけるダンプトラック到着時間間隔の平均、分散はシステム設計の段階では未知数である。したがって Cyclic Queue としての掘削・運搬・捨土システムの解析が必要になる。

掘削・運搬・捨土システムについて次式が成立することは明らかである。

$$\begin{aligned}
E[CT_n]/ND &= E[TD1_n] = E[TD2_n] = \dots = E[TD6_n] \\
E[CT_n] &= E[XD1_n] + E[XSS_n] + E[XD2_n] + E[XD3_n] + E[XSU_n] \\
&\quad + E[XD4_n] + E[WD1_n] + E[WD2_n] + \dots + E[WD5_n] \\
E[WD1_n] &= \text{func}\{E[TD6_n], V[TD6_n], E[XD1_n], \dots, V[XD2_n]\} \\
&\quad \dots\dots\dots \\
E[WD5_n] &= \text{func}\{E[TD5_n], V[TD5_n], E[XD4_n], V[XD4_n]\} \\
V[TD2_n] &= \text{func}\{E[TD6_n], V[TD6_n], E[XD1_n], \dots, V[XD2_n]\} \\
&\quad \dots\dots\dots \\
V[TD6_n] &= \text{func}\{E[TD5_n], V[TD5_n], E[XD4_n], V[XD4_n]\}
\end{aligned}
\quad \left. \vphantom{\begin{aligned} E[CT_n]/ND &= E[TD1_n] = E[TD2_n] = \dots = E[TD6_n] \\ E[CT_n] &= E[XD1_n] + E[XSS_n] + E[XD2_n] + E[XD3_n] + E[XSU_n] \\ &\quad + E[XD4_n] + E[WD1_n] + E[WD2_n] + \dots + E[WD5_n] \\ E[WD1_n] &= \text{func}\{E[TD6_n], V[TD6_n], E[XD1_n], \dots, V[XD2_n]\} \\ &\quad \dots\dots\dots \\ E[WD5_n] &= \text{func}\{E[TD5_n], V[TD5_n], E[XD4_n], V[XD4_n]\} \\ V[TD2_n] &= \text{func}\{E[TD6_n], V[TD6_n], E[XD1_n], \dots, V[XD2_n]\} \\ &\quad \dots\dots\dots \\ V[TD6_n] &= \text{func}\{E[TD5_n], V[TD5_n], E[XD4_n], V[XD4_n]\} \end{aligned}} \right\} \dots\dots (4-41)$$

ここで (T_n, ND) をダンプトラックのサイクルタイムおよび全稼働台数, $TD1_n = D1_{n,1} - D1_n$ とする。また掘削・運搬・捨土システムの待合せモデルにおける確率変数の添字 n は前述のように無視することができる。

図 4-28, 4-29 などを適当な関数形に近似して, 式 (4-41) を連立方程式として解くことにより掘削・運搬・捨土システムの解を得ることができるであろう。たとえば, 積込み作業現場へのダンプトラック平均到着時間間隔 $E[TD6_n]$ が式 (4-41) を解いて求まれば, 式 (4-40) からショベルの遊休率 P_0 が求まり, 単位時間当りの掘削運搬量 $\langle Q \rangle$ が次式で求められる⁵⁰⁾

$$\langle Q \rangle = (1 - P_0) \cdot t_s \cdot c / T_s \quad \dots\dots\dots (4-42)$$

ここで, t_s : ショベル稼働率, c : ダンプトラック 1 台の積載容量, T_s : ダンプトラック 1 台に対するショベルの積込み時間とする。

以上に述べてきたように平均分散比法により実際の現象を比較的忠実に解析することができるが, ここではいろいろの待合せモデルに対する平均分散比法の適用に重点を置いたため, 実際の施工計画への応用に対する考慮が十分でない。たとえば, 平均分散比法には前述のように定常性の仮定が含まれており, 非定常状態の検討は別に行う必要がある。掘削・運搬・捨土システムのシミュレーションを行った限りにおいては, 施工機械が稼働し始める際の非定常状態は, あまり長く続かないことが知られているが, 稼働中のショベルの掘削位置移動, ショベル, ダンプトラックの故障など, システムの定常性を乱す現象と併せて, 非定常状態の影響に対する検討が必要である。このほか, 実際の土工作业ではショベル・ダンプトラックやスクレーパー・ブッシャーなどのいろいろの掘削・運搬・捨土システムが併用される場合が多い。捨土作業については, 盛土作業における締固め機械,

敷均し機械との輻輳が生じる場合もある。平均分散比法の実際的な応用を図るには、これらの複雑なシステムに対する検討が必要であるが、今後の課題とする。

4・6 結 論

本章で得られた主な結果は次の通りである。

(1) 工程計画の全体的最適化に関する検討を意味あるものにするためには、施工機械の時間当たり作業能力などの作業条件が正しく把握されている必要がある。その一例として、本章では何種類かの土工機械を組合わせて用いる場合に生ずる待合せ問題に関する検討を行った。

(2) 待合せ問題においては作業時間のバラツキ具合が重要な要素となるので、作業時間の実測データに基づき、いくつかの作業時間分布の解釈案を示した。また、作業時間分布の特性値を用いて、作業条件と作業時間の関係を定量的に表現することを試みた。

(3) 機械化土工作业が、作業時間を変数とする種々のタイプの待合せモデルとして、より現実的かつ一般的にモデル化されることを示した。

(4) 機械化土工における待合せ問題は比較的複雑なタイプのものであり、従来の待ち行列理論の適用が困難である。そこで、統計的非線型制御理論に基づき、待合せ問題の近似解法を考案した。この近似解法を平均分散比法 (EVRT) と称する。この方法を用いることにより、従来は解を得ることが困難であった種々の待合せ問題に対する近似解が簡単に得られることを示した。

(5) 平均分散比法を用いることにより、先にモデル化された機械化土工における待合せ問題の解が得られることを示した。この結果、組合わせ機械の作業能力を、より厳密に推定する可能性を明らかにした。

第 5 章 工程管理における SOT の利用

5.1 緒 論

第 1 章の工程計画最適化問題の定式化を通じて、工程計画における多面的な意思決定問題が「与えられた条件のもとで最も経済的な施工段取（工程上における資源の操作方法）に裏づけられた工程計画案を選定する問題」として、現実に近い形で統一的に表現された。しかし、この定式化においては工程上の不確定現象が平均値のみにより表わされており、実質的には確定条件下における工程計画最適化問題について検討するにとどめられていた。本章では、工程上の不確定現象を考慮した工程管理の最適化問題について検討する。上述の工程計画最適化問題の定式化は明らかに最適制御理論の適用を意識したものである。このような定式化は工程計画最適化問題の定式化を、不確定条件下における工程管理の最適化問題にそのまま対応的（Analogous）に拡張することを意図したからに他ならない。この方針のもとに本章では、より明確に最適制御の考え方に基づく工程管理の厳密な意義づけを試みる⁵⁾。

5.2 問題の説明

建設工事の施工は長期にわたる場合が多いので、工程上の不確実性が施工計画や管理に大きな影響を及ぼす。したがって、実際の工程の推移に伴う工程管理が重要な意味をもつことが明らかであり、工程計画と工程管理の関係を明確にしておく必要がある。第 1 章で示した工程計画最適化問題の定式化においては、実際の不確定な作業環境のもとで、与えられた目標である工程計画に従って施工作業を進めてゆくという制御（Control）の意味での工程管理を、工程計画の決定に際して考慮に入れていないので、いわゆる定常的最適化と称すべき段階にすぎない。つまり、図 1-5 の外乱 U^* に相当する作業条件が、工程計画作成時点においては不確定な変数であるにもかかわらず、（前述の定式化においては）その平均的な推定値で与えられることにより、工程計画最適化問題が確定条件下の最適化問題として表わされている。このことは工事開始点すなわち序論の図 - 1 における点 0 において利用できる、図 1-5 の外乱 $\{U^1, U^2, \dots, U^N\}$ に関する情報に基づいて最適な決定を行ったにすぎない。前述のように、外乱 U^* に相当する時間当り作業能力や稼働日数率などの作業条件は、計画作成時点においては本来不確定な変数である。また、これらの作業条件を確率変数とみなすにしても、その確率分布に関する情報もまた工事開始点においては完全でなく、工程の進行に応じて逐次的に修正されるべき性格のものである。さらに、この他にも事故などのようにほとんど予測しえない不確定現象も存在する。した

がって、外乱 U^n に相当するこれらの作業条件を確率変数で表わして工程計画最適化問題の定式化を行ったとしても、それはあくまでも工事開始点で得られる情報に基づいて、工事の全工程に対する最適な決定を行ったにすぎない。より具体的に述べると、前述の工程計画最適化問題の定式化に基づいて図 5-1 に示すような最適施工経路 \vec{OA} が得られたと仮定しよう。この \vec{OA} は繰り返し強調してきたように、 O 点（工程計画作成時点）における情報に基づく最適性の評価により得られた計画最適施工経路である。 \vec{OA} を工程管理の目標として、 \vec{OA} に付随する施工段取に従って施工作業を行った結果、図 5-1 に示す $\vec{OP_1P_2P_3}$ のような実際の施工経路が得られたとする。たとえば \vec{OA} から大きく外れた P_3 点で、 P_3 点における物理的状态（状態変数 x^n の値、すなわち各資源の現場存置数量や各アクティビティの累積出来高）と、 P_3 点までに蓄積され

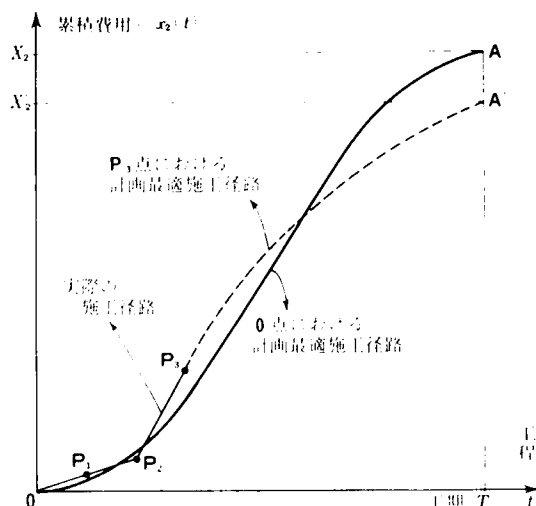


図 5 - 1

た外乱 U^n （作業条件）に関する情報に基づいて、前述の工程計画最適化問題の定式化に従って、 P_3 点以後の全工程に対する最適化計算を行った結果、図 5-1 に示すような P_3 点以後の計画最適施工経路 $\vec{P_3A'}$ が得られたとしよう。 P_3 点における実際の物理的状态、および P_3 点における外乱 U^n に関する予測は、 O 点において推定されたものとは異なるであろうから、 $\vec{P_3A'}$ は \vec{OA} と異なる可能性が強い。したがって P_3 点以後も \vec{OA} を管理の目標とする意味が不明確になる。上述のことを考慮に入れて、実際の建設工事の工程上では、第 1 に工事の進行に応じて目標の通りに、また目標と外れて変化して行く実際の物理的状态と、第 2 に不確定な施工作業条件に関する情報の蓄積に基づく予測の修正（学習）という 2 つの点に対する配慮を加えた逐次的な意思決定を行う必要があることが明らかであろう。この建設工事工程上の逐次的意思決定を合理的な根拠に基づいて行うことが工程管理の意義と考えられる。また、何らかの最適性の評価基準のもとに、このような工程上の逐次的意思決定方式を設計することが工程管理の最適化と称されるであろう。

5.3 最適制御の考え方

(1) 概要

工程管理最適化問題の性格を明確にするには現代制御理論の考え方を利用するのが便利

であると判断される。前述のように，工程計画最適化問題の定式化は工程管理最適化問題に対応的になされている。そして，工程計画最適化問題が図 1 - 5 に示した多段決定過程モデルを用いて離散型最適制御問題として定式化されたから，工程管理最適化問題もまた離散型システムにより表現される。ここでは工程管理最適化問題に関する検討を行うための準備として，離散型システムに限定して，現代制御理論における最適制御の基本的考え方の一部を簡単に紹介する。

従来の自動制御理論においては図 5 - 2 に示すようなブロック線図で表わされる，いわゆるフィードバック制御（**Feedback Control**）が中心とされてきた⁹⁵⁾，¹⁵⁴⁾。このフィードバック制御においては，図 5 - 2 に示すような目標値 w^m をあらかじめ設定しておき，

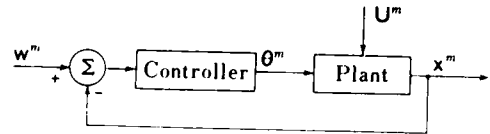


図 5 - 2

出力 x^m と目標値 w^m との誤差 $(w^m - x^m)$ に基づいて操作変数 θ^m を決定する。現代制御理論においては，図 5 - 3 に示すように目標値を初めから設定することはせずに，何らかの評価基準のもとに， $(m - 1)$ 時点以前の操作変数，状態変数，および外乱に基づいて m 時点における操作変数 θ^m を決定することを試みている^{2), 63), 141)}。すなわち，操作変数 θ^m がこれらの変数の関数として次式で与えられる。

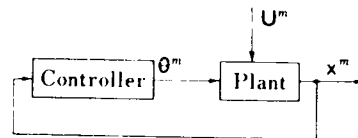


図 5 - 3

$$\theta^m = F^m(\bar{x}^{m-1}, \bar{\theta}^{m-1}, \bar{U}^{m-1}) \quad \dots\dots\dots (5-1)$$

ここで， x^m ， U^m をそれぞれ m 時点における状態変数，外乱とし，また一般に

$$\bar{x}^m \triangleq (x^1, x^2, \dots, x^m) \quad \dots\dots\dots (5-2)$$

とする。ここで，操作変数，状態変数，外乱の意味は実際の時点 m において各変数が実際にとる値を表わしていることを除いて，多段決定過程におけるものと同じとする。また上添字 m は実際にそのシステムが置かれている時点を示すものとし，多段決定過程におけるステージ n と区別するために以下では，時点 m と称する。このような制御系が広義のフィードバック制御系または単に閉ループ制御系（**Closed Loop Control System**）と称される。そして問題は，ある評価基準のもとに式（5 - 1）の関数形を明らかにすること，すなわち最適制御方策を求めることである。

これに対して，図 5 - 4 に示すように出力のフィードバックが存在しない制御系が開ル

ープ制御系 (Open Loop Control System) と称される。図 1 - 5 に示した多段決定過程はフィードバックが存在しない点からは開ループ制御系に属する。しかし、図 5 - 3 に示す閉ループ制御系のフィードバック・ループを切り離して、す

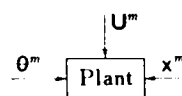


図 5 - 4

べての時点について直列に書き並べたものとみなすこともできる。確定条件下においては、多段決定過程としての開ループ制御も、前述の閉ループ制御も結果的には同じ操作を行うことになる。つまり、先に定式化された工程計画最適化問題におけるように、図 1 - 5 の外乱 U^m を推定値 (平均値) のみにより表わして確定変数として扱う場合には、多段決定過程に対する最適化計算を行って操作変数 θ^m の数値解を求め、その数値に基づいて制御を行う方法 (開ループ制御) と、 n ステージの操作変数を ($n - 1$) ステージ以前の操作変数、状態変数、外乱の関数で表わすことにより最適制御方策を求めて閉ループ制御系を構成する方法は、結局同一の制御操作を行うことになる。しかし、不確定条件下では、開ループ制御と閉ループ制御による操作が全く異なることが明らかである。不確定条件下における制御では、外乱と状態変数が確定変数として与えられず、これらの変数が各時点において実際にとる値は、その時点以前には正確には把握できない。そして開ループ制御に頼る場合には、各時点における実際の物理的状態と、その時点までに蓄積された外乱に関する情報のフィードバックが得られないために、現実の状態に裏づけられた質の高い制御を期待できないことが容易に推察される。この問題は工程計画と管理の関係について前述したことと相似の問題であることを指摘しておく。

(2) 確率的最適制御理論

不確定条件下における最適制御問題に対しては、閉ループ制御系を主な対象として種々の検討が行われている。連続型の確率的最適制御問題に対しては、主に確率過程論に基づく確率制御過程論 (Stochastic Control Theory) が展開されている^{9), 144)}。離散型については数学的に連続型の場合より容易であるとされており、いくつかの結果が得られている。適用される手法としては確率系に拡張された最大原理^{9), 143)}、ダイナミック・プログラミング (Dynamic Programming ; DP) など^{14), 162)}があるが、現時点では DP による定式化および解法が簡明のようである。ここでは、現在得られている最も一般的な結果とされている、青木による DP を用いた離散型最適制御問題の定式化と解法を工程管理最適化問題に即して以下に要約する^{2), 173)}。

対象とする制御系を図 5 - 5 に示す。状態方程式は多段決定過程におけるのと全く同様に次式で与えられる。

$$x^m = f^m(x^{m-1}, \theta^m, U^m) \quad \dots\dots\dots (5-3)$$

ここで、 x^m 、 θ^m 、 U^m の意味は、そのシステムが置かれている時点 m で実際にとる値を表わす点を除いて、それぞれ多段決定過程における意味と同じである。ただし、外乱 U^m は時点（

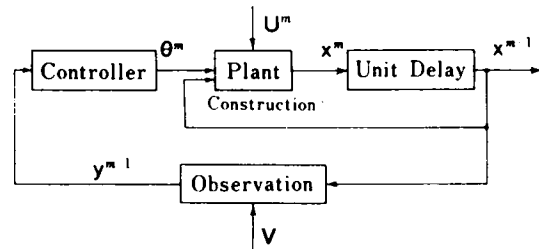


図 5 - 5

$m-1$ ）以前においては不確定な変数であり、したがって状態変数 x^m もまた時点（ $m-1$ ）以前では不確定変数である。また、現実には状態変数 x^m がそのまま観測される場合は少なく、一般的には図 5-5 に示すように誤差などを含む観測信号ベクトル y^m により観測されなければならない。

$$y^m = g^m(x^m, V) \quad \dots\dots\dots (5-4)$$

ここで V は誤差ベクトルを表わすものとし、簡単のためすべての時点を通じて同じ確率変数により表わされるとする。この他に実際の制御システムでは、操作変数、状態変数に関する種々の制約条件式が存在するが、現段階の確率的制御理論では、これらの制約条件に関する検討が十分には行われていない。以上の条件のもとで、図 5-5 の閉ループ制御系を対象として、次式で与えられる目的関数の期待値の極値を与える最適制御方策（式（5-1））を求めることが確率的最適制御理論における基本的目標である。

$$E[J] = E[\phi(x^N)] \rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (5-5)$$

ここで、目的関数 J の直接の値の極値を求めることは数学的に妥当な意味をもたないので、一般に現実的な妥協として上式のように目的関数の期待値で置き換えられる²⁵⁾。

また Bellman^{13), 14)} による分類に従えば、以上に述べた問題において、外乱 U^m の確率分布に関する情報が初めに完全に与えられ、かつ状態変数 x^m が完全に観測される（ $y^m = x^m$ ）場合が確率的制御過程（Statistical Control Process）、それ以外の場合が適応制御過程（Adaptive Control Process）と称される。たとえば、外乱 U^m の確率分布に関する情報が完全ではなく、制御時刻の進行に応じて逐次的に修正される必要がある場合などが上述の適応制御過程に属する。確率的制御過程においては不確定変数に関する情報の蓄積を行う必要がないので、ある時点 m における最適操作量（操作変数の値）が時点（ $m-1$ ）における実際の状態のみのフィードバックにより決定される。しかし適応制御過程においては不確定変数に関する情報が各時点ごとに变化するであろうから、ある時点 m における最適操作量が、時点（ $m-1$ ）以前に観測された外乱 \bar{U}^{m-1} 、操作変数 $\bar{\theta}^{m-1}$ 、観測信号 \bar{y}^{m-1} の関数になる。すなわち適応制御過程においては、過去の制御経験に基づいて現時点以後の制御を行わなければならない¹⁷³⁾。したがって適応制御過程における

最適操作量は，不確定変数に関する情報の蓄積と，対象とするシステムの制御という2つの目的を両立させるように決定される必要がある。**Fel'dbaum**はこの点に着目して2元制御理論 (**Dual Control Theory**) を展開している^{39), 167)}。以下に述べる青木の方法は**Fel'dbaum**の方法を，より簡潔にかつ一般化したものである。先に示された問題に対し青木は次のような解法を与えている^{2), 173)}。

まず， r_m^* を「時点 $(m-1)$ までに操作変数 $\bar{\theta}^{m-1}$ を加えた結果， y^{m-1} を観測したという条件のもとに，時点 m 以後最適な制御を行った場合の目的関数 J の期待値」と定義する。

$$r_m^* = \min_{\theta^m, \dots, \theta^N} E[\phi(x^N) | \bar{y}^{m-1}, \bar{\theta}^{m-1}] \quad \dots\dots\dots (5-6)$$

ここで， $E[\cdot | \cdot]$ は条件付平均値をとる操作を，また $\min_{\theta^m, \dots, \theta^N}$ は式 (5-6) の右辺において $\theta^m, \dots, \theta^N$ に関して最小値をとる操作を表わす。するとDPにおける最適性の原理 (**Principle of Optimality**) により次式が成立する。

$$\begin{aligned} r_m^* &= \min_{\theta^m} r_m = \min_{\theta^m} E[r_{m+1}^* | y^m, \bar{\theta}^m] = \min_{\theta^m} \int r_{m+1}^* [y^m, y^{m-1}, \bar{\theta}^m] dy^m \\ &= \min_{\theta^m} \int \left\{ \int r_{m+1}^* p(y^m, x^{m+1}, \theta^m, U^m, V) dy^m \right\} p(x^{m+1}, U^m, V | \bar{y}^{m-1}, \bar{\theta}^{m-1}) \\ &\quad \cdot d(x^{m+1}, U^m, V) \quad \dots\dots\dots (5-7) \end{aligned}$$

$$r_{N+1}^* = 0 \quad \dots\dots\dots (5-8)$$

ここで， $p(\cdot, \cdot)$ は条件付確率を表わし， $d(x, y) = dx \cdot dy$ とする。また，式 (5-7) 中の $p(x^{m+1}, U^m, V | \bar{y}^{m-1}, \bar{\theta}^{m-1})$ は，たとえば外乱 U^m が **Markov** 過程に従うとし，その遷移確率が $p(U^{m+1} | U^m)$ と与えられた場合を例にとると，次のような反復関係式により求められる。

$$\begin{aligned} p(x^m, U^{m+1}, V | \bar{y}^m, \bar{\theta}^m) &= \int p(x^{m+1}, U^m, V | \bar{y}^{m-1}, \bar{\theta}^{m-1}) \cdot p(x^m, x^{m+1}, \theta^m, U^m) \\ &\quad \cdot p(U^{m+1} | U^m) \cdot p(y^m, x^m, V) d(x^{m+1}, U^m, V) \\ &\quad \int [\text{分子}] d(x^m, U^{m+1}, V) \quad \dots\dots\dots (5-9) \end{aligned}$$

式 (5-7) ~ (5-9) を解くことにより最適制御方策が原理的には求められるはずである。しかし，状態方程式がすべて線型式であり，かつ目的関数が2次形式であるといった特殊な場合を除いて，式 (5-7) ~ (5-9) を解析的に解くことは困難である。ま

た，式（５－７）～（５－９）を数值的に解く場合も，電子計算機の記憶容量や計算速度などの制約により，現実的な規模の最適制御問題を取り扱うことは多くの場合困難である。なお，きわめて簡単な例として，状態変数 x^m が完全に観測され，かつ外乱 U^m の確率分布に関する情報が完全に与えられ，しかも外乱 U^m が相互に独立である場合には，先に定義した r_m^* が次式で与えられる。

$$r_m^* = \min_{\phi^m, \dots, \phi^N} E[\phi(x^N) | \bar{x}^{m-1}] \quad \dots\dots\dots (5-10)$$

この場合も最適性の原理を適用して，次のような通常の関数方程式が得られる。

$$r_m^*(x^{m-1}) = \min_{\theta^m} E[r_{m-1}^*(x^m) | x^{m-1}, \theta^m] \quad \dots\dots\dots (5-11)$$

したがって，この場合には先にも述べたように，ある時点 m における最適操作量が時点（ $m-1$ ）における状態のみのフィードバックにより決められる。

5.4 計算機制御による工程管理

(1) 工程管理最適化問題の定式化

第１章で示した工程計画最適化問題の定式化から明らかなように，建設工事工程の推移が多段決定過程モデルを用いて離散型最適制御問題として表現されている。すなわち，式（５－４）に示す状態観測に伴う誤差に対する配慮を除けば，不確定条件下での最適制御問題における状態方程式である式（５－３）と同じ形で示される，式（１－１５）によってすべての施工現象が記述されている。このことから，工程計画最適化問題の定式化において用いられた変数を，そのまま対応的に用いて工程管理最適化問題を定式化することができる。ただし，ここで改めて注意しなければならない点は，工程計画最適化問題が工事開始点（序論の図－１における点 0）において推定された作業条件に基づいて構成されていることである。式（１－１５）における外乱 U^m はもとより，操作変数 θ^m ，状態変数 x^m ともに，これらの変数が実際にとる値ではなく，工事開始点からみた推定値および計画値である。このことを強調するために，以下では計画作成時点において推定された変数 x を $e(x)$ と表わすことにする。このような表現を用いるならば，式（１－１５）は正確には次式のように表わされるべきである。

$$e(x^m) = f^m\{e(x^{m-1}), e(\theta^m), e(U^m)\} \quad \dots\dots\dots (5-12)$$

また，式（１－２１）の目的関数も正確には次のように表わされるべきである。

$$J = \phi\{c(x^N)\} \rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (5-13)$$

ここで、 x^m 、 U^m はそれぞれ時点（工程） m において状態変数，外乱が実際にとる値を示すものとし， θ^m は時点 m においてとられる実際の操作変数の値を表わす。以上のことから，1つ1つ定義しなおすことは省略するが，先に示された工程計画最適化問題における操作変数，状態変数，外乱にそれぞれ相当するすべての変数が，それらの変数の推定値ではなく，工程上のある時点 m において実際にとる値を表わす変数であると解釈して，状態方程式（1-15）（すなわち式（5-12））を式（5-3）で，目的関数式（1-21）（すなわち式（5-13））を式（5-5）で置き換えることにより，工程計画最適化問題が，そのまま対応的に工程管理最適化問題に置き換えられたことになる。^{注1)} 図5-5の閉ループ制御系で示されるように，式（5-3）を状態方程式とし，式（5-5）を目的関数とする制御系において最適制御方策を求めることが工程管理の最適化を意味する。ここで，式（5-3），（5-5）におけるすべての変数が推定値ではなく，時点 m において実際にとる値を表わしていることから，時間当り作業能力などに相当する外乱 U^m は工事開始点からみれば不確定な変数（確率変数）である。したがって，アクティビティの累積出来高などに相当する状態変数 x^m は式（5-3）から，資源搬入搬出数量などに相当する操作変数 θ^m も式（5-1）から，時点（ $m-1$ ）以前ではすべて確率変数である。以上で，工程管理最適化問題が不確定条件下における最適制御問題として基本的に表わしうることが示された。

実際の建設工事の施工においては，外乱 U^m に相当する時間当り作業能力，稼働日数率などの作業条件を確率変数として表わしたとしても，その確率分布に関する情報が完全に与えられる場合はむしろ少ないと考えられる。また，累積出来高などの状態変数観測に伴う誤差も当然存在するであろう。したがって前述の定義に従うならば，工程管理最適化問題が適応制御過程に属することが明らかである。

(2) 工程管理最適化問題の解について

工程管理最適化問題が適応制御過程に属する確率的最適制御問題として基本的には定式化されうることを示したが，この問題を具体的に解くこと，すなわち式（5-1）で表わされるような最適制御方策を求めるといふ点からは，以下に述べるような種々の問題がある。

第1の問題は，先に示された工程計画最適化問題の構成から明らかなように，施工段取

注1) Bellman らは，このような対応を「偶然の同値」と呼んでいる。¹⁴⁾

に関連して操作変数や状態変数に関する等式および不等式制約条件式が存在することである。これらの制約条件は施工段取における本質的なものであるが、操作変数や状態変数が確率変数である場合には、これらの制約条件式に対して数学的に妥当な意味を与えることが困難である。たとえば、制約条件式中の各変数を各変数の期待値で置き換えて確率系として解析を行うことが、式(5-5)に示したように目的関数の期待値をとる場合と異なり、どの程度の現実的な意味をもつかは疑問である。前述のように、現段階の確率的最適制御理論においては、操作変数や状態変数の制約条件がある場合の検討がほとんどなされていないから、施工段取に裏づけられた工程計画や管理の最適化問題を確率系として取り扱うことが現時点では基本的に困難であるといえる。

第2に、式(5-3)における外乱 U^m の確率分布に関する情報の蓄積方法の問題がある。一般に確率的制御理論においては、確率分布が完全に既知ではない不確定変数に関する情報蓄積方式として Bayes の方策がとられる^{2), 106)}。先験的に仮定された不確定変数の確率分布を、各時点で新たに観測された結果を用いて、Bayes の定理に基づいて修正してゆく方式である。工程管理最適化問題において外乱 U^m に相当するのは、時間当り作業能力、作業グループ最大投入数量、1日当り実稼働時間、月当り稼働日数率といった作業条件である。建設工事の工程管理に関する限り、作業条件を表わすこれらの変数の確率分布が、Bayes の定理により機械的に修正されるような性格のものとは考えにくく、むしろ、この修正が現場施工の十分な経験者の判断に依存する度合いが高いと推察される。したがって、不確定変数に対する情報蓄積を機械的に行うことが現実的には妥当でないと判断され、この情報蓄積方式を数学的に表現することが現時点では困難である。

第3の問題として、上述の2つの問題が何らかの方法により解決されたとしても、電子計算機の能力の限界から、現実的な規模の問題についての最適制御方策を具体的に求めることが困難なことが挙げられる。工程管理最適化問題における状態方程式が線型ではなく、目的関数も2次型式ではなく、さらに上述の多数の制約条件式が存在するために、式(5-7)～(5-9)を解析的に解くことは不可能である。式(5-7)～(5-9)を数値的に解くことも、現在の電子計算機の能力からみて不可能といえるであろう。したがって、工程管理最適化問題の数値解を得ることが現時点では困難である。

以上に述べたような主な理由により、確率的最適制御問題としての工程管理最適化問題が、現段階では厳密には解きえないことが明らかである。

(3) 近似的適応制御

確率的最適制御問題の厳密解を得ることが多くの場合困難なために、いくつかの近似的解法が検討されている⁴⁵⁾。しかし、これらの解法は本章で述べた工程管理最適化問題に直

接応用することが困難である。一方，適応制御問題において直感的に考えられる制御方式として次のような方式がある。ある実際の制御時点で，その時点までに蓄積された不確定変数に関する情報と，その時点における実際の物理的状态に基づいて，その時点以後の全体的最適化を行ってゆく方法である。時点 m における制御手順は次のようになる。

① 時点 $(m-1)$ 以前の不確定変数に関する観測および制御経験に基づいて，時点 m 以後の不確定変数（外乱 U^m ）の推定値 $e(U^m), \dots, e(U^N)$ を修正する。

② 時点 $(m-1)$ における実際の物理的状态（状態変数値）を初期条件として，①の結果を用いて， $n = m, \dots, N$ を多段決定過程とみた工程計画最適化問題を解く。（図 5-6 参照）

③ ②の結果与えられた操作変数値 $e(\theta^n)$ ，（ $n = m, \dots, N$ ）のうち， $\theta^m = e(\theta^m)$ を時点 m における実際の操作変数値として用いる。

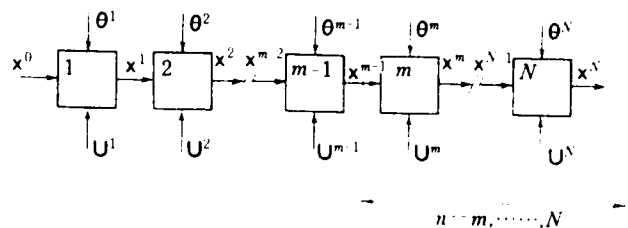


図 5 - 6

④ $m \rightarrow m+1$ として①～③を繰り返す。

以上に述べた制御方式は直感的には合理的であり，全く不備な点が存在しないようにみえるが，この制御方式が最適制御方策である保証はない。この制御方式によると，時点 $(m-1)$ における物理的状态と，時点 $(m-1)$ 以前に蓄積された不確定変数に関する情報は正しくフィードバックされている。しかし，適応制御過程においては前述のように，不確定変数に関する情報の蓄積と，対象とするシステムの制御という 2つの目的を満たすように最適操作量（操作変数の値）が決められなければならない。ところが，上述の直感的な制御方式によると，不確定変数に関する各時点までの受働的な情報蓄積が行われているにすぎず，適応制御過程における上述の 2つの目的のうちの前者が，最適操作量の決定に際して評価されていない。先に示した DP を用いた適応制御過程の定式化によると，式 (5-7)～(5-9) を解くことにより，各時点における不確定変数に関する情報の蓄積が，すべての時点における最適操作量の決定に際して評価される。しかし，上述の直感的な制御方式によると，式 (5-7)～(5-9) に相当する操作を各時点ごとに，各時点以前だけの不確定変数に関する情報蓄積に基づいて行っているにすぎない。時点 m における最適操作量の決定に際して，時点 m 以後における不確定変数に関する情報の蓄積（予測の修正）が評価されていないという点で，この直感的な制御方式が適応制御過程に対する最適制御を行っていることにはならないのである。ただし，不確定変数の確率分布に関する情報が完全に与えられている場合（確率的制御過程）には，式 (5-11) に示したよ

うに，各時点における最適操作量の決定に際して，各時点における物理的状態のフィードバックだけを得ればよいので，この直感的制御方式が最適制御方策と一致するはずである。

以上に述べた点が，2元制御理論に基づく前述のDPによる最適制御方策と異なる点である。したがって，前述のDPによる解を厳密な意味での最適制御方策とすると，上述の直感的制御方式は，厳密な最適制御が行えない場合に我々がとりうるであろう最も現実的な制御方式であるにすぎない。ただし，このような制御方式は厳密な最適制御方策を与えないにしても，広義の適応制御には含まれるわけであり，以下では，この直感的制御方式を仮に「近似的適応制御」と称することにしよう。以上のことから明らかなように，この近似的適応制御を実行するためには，各時点以後の不確定変数の推定に対する十分な検討が必要である。そして，不確定変数の確率分布などの推定が実際のものに近くなったとき初めて，最適制御に近い制御を行うことができるであろう。

(4) 計算機制御による工程管理システム

一般の装置産業のオン・ライン制御(On Line Control)¹³⁰⁾において，前述の近似的適応制御を行うことは，短時間に多量の計算を必要とするので実質的には困難であろう。一方，建設工事の施工において，本章で述べてきた意味での工程管理を行う期間は，それほど短いものである必要はなく，せいぜい1ヶ月間隔程度で十分と判断される。したがって，建設工事の工程管理においては，前述の近似的適応制御方式を採用することが現実的に可能である。また，従来の手作業による工程計画手法あるいはネットワーク系手法と異なり，本論文で提案する工程計画最適化手法(SOT)を適用するために必要なデータがきわめて基本的な性格のものだけであり，必要な作業量が少ないことも近似的適応制御方式を実行する際に有利な点であると判断される。

前述の近似的適応制御方式に基づく工程管理システムを図示すると図5-7のようになるであろう。ただし，工程計画最適化問題には前述のように多数の制約条件式が存在する

ので，外乱などの不確定変数を確率変数として扱うことはできない。そこで，外乱に相当するすべての不確定変数の各時点

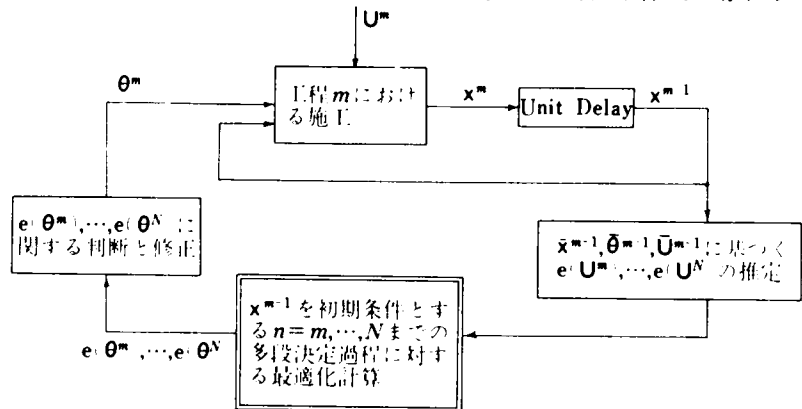


図 5 - 7

での推定値を定数として与えることにより，各時点で工程管理最適化問題（確率系）を工程計画最適化問題（確定系）に置き換えなければならない。

図5-7に示す工程管理システムにおいては，電子計算機による最適化計算が大きな役割を果たしているため，いわゆる計算機制御システムと称することができるであろう^{130),172)}。ただし，この工程管理システムにおいて電子計算機が担当する部分は，図5-7に示すように各時点での工程計画最適化計算のみであり，最適化計算に用いるデータの推定や得られた結果に対する総合的判断はすべて，経験ある技術者の能力に頼らなければならない。逆に，現場施工管理担当者は不確定変数に対する，その現場での観測実績に基づいて，工程上の各時点で不確定変数に対する推定値をできるだけ正確に与えるだけで，その時点以後の施工に関する指針を合理的な根拠に基づいて得ることができる。第1章の工程計画最適化問題の定式化から明らかなように，上述の工程管理方式による解（操作変数 θ^* ）は，工程上における各時点以後の施工機械や作業員などの操作方法（施工段取）により与えられる。どの資源をどれだけ現場に搬入搬出し，かつどの作業にどれだけ投入するかという施工段取案が，工程上における各時点以後の全工程にわたる費用を最小にするという基準で自動的に与えられる。したがって，この施工段取案に基づいて，工程上における各時点以後の施工を行ってゆけばよいわけである。上述のような工程管理方式は図5-1に関して述べたように，工程上の各時点で工程計画（計画最適施工径路）を修正しながら施工を進めてゆく操作に他ならない。上述の工程管理方式により，工程上の各時点で計画最適施工径路を修正する操作が，SOTを用いて各時点以後の全体費用を最小にする施工段取に裏づけられた工程計画案を選定するという合理的な根拠に基づいて，かつ組織的な手順に従って行われる。そして，不確定な作業条件に対する推定が正確になればなるほど，前述のように厳密な意味での最適制御に近い工程管理を行うことができる。

この外，最適制御に関する重要な問題として，制御を行うことにより，かえって状態変数値が振動現象を起したりするおそれがあるという制御システムの安定性の問題がある^{83),85)}。

前述の近似的適応制御方式の安定性については，その制御操作が数学的に記述されていないので，最適制御理論における安定論を直接応用することはできない。しかし，近似的適応制御における安定性の問題が，不確定変数に対する推定の問題に帰されるべきであることは明らかであるから，不確定変数に対する推定を行う際に，制御システムの安定性に関する配慮もまた付け加えられる必要がある。また，一般の適応制御過程においては，不確定変数に関する情報の収集および蓄積に伴う費用の評価が問題となる¹⁰⁶⁾。つまり，これらの情報収集に伴う費用と，その結果として得られた情報に基づく制御対象システムにおける効果のバランスの問題がある。さらに，計算機制御による工程管理を行う際には，工程上の各時点で工程計画最適化計算を実行するために，電子計算機の利用に関する種々

の費用が生じる。厳密な最適性を論じるならば、制御方策の決定に際して、このような費用などに関する配慮も当然必要であろう。以上のように、計算機制御による工程管理システムを実現するためには、検討が必要な種々の問題が残されている。ここでは建設工事工程管理の意義および、その最適化の基本的概念を明確にすることを主な意図としたので、これらの現実的問題については今後の検討に待たなければならない。

5.5 結 論

従来、比較的あいまいな意味で用いられてきた建設工事施工における工程管理の概念を、最適制御の考え方に基づいて明確に定義した。工程管理最適化問題の性格を明らかにするために、現代制御理論における最適制御の基本的考え方および確率的最適制御理論の一部を簡単に紹介した。そして、工程管理の最適化問題が、先に示した工程計画最適化問題と対応的に定式化されうることを明らかにした。すなわち、工程管理最適化問題が、不確定条件に関する未知の要素を含む、いわゆる適応制御過程における最適制御方策を求める問題として基本的には定式化されることを示した。ただし、現段階では電子計算機の能力の限界などにより、適応制御問題としての工程管理最適化問題について厳密な最適制御方策を求めることが困難である。そこで現実的な1つの方法として、工程上の各時点で、その時点までの不確定条件に対する観測結果と、その時点の物理的状态をフィードバックさせ、SOTを用いて、その時点以後の工程計画最適化計算を繰り返すという近似的適応制御方式に基づく工程管理方式を提案した。この近似的適応制御方式の理論的妥当性などに関する検討を詳細に行った。その結果、この制御方式が、不確定条件に関する未知な要素を含まない確率的制御過程においてのみ厳密な最適制御方策と一致することを明らかにした。適応制御過程においては、この近似的適応制御方式が、厳密な最適制御方策が得られない場合にとりうる最も現実的な方法であるにすぎない。また、この方法を適応制御問題に应用する際には、不確定条件に関する推定が十分正しく行われた場合にはじめて厳密な最適制御に近い制御を行うことができる。以上のことから、この近似的適応制御方式に基づいて工程管理を行う場合には、不確定条件の推定に関する十分な検討が必要である。最後に、この近似的適応制御方式に基づく計算機制御システムとしての工程管理システムの構想を示した。そして、SOTにおけるデータ作成の簡便さが、このような工程管理システムを十分に実現可能にしていることを指摘した。

第1章で工程計画最適化問題を定式化する際に、施工計画における費用の評価(見積り)と工程計画が不可分の関係にあることを強調した。そして、SOTにより両者を有機的に結合させて、費用の評価に裏づけられた工程計画案の選定(動的見積り)を行うことを提案した。

本章では、工程計画と工程管理もまた切り離されるべきではないことを明らかにした。本論文では工程計画を「ある時点で、その時点以後の全工程に対する静的な目標値を設定する操作」と解釈する。そして工程管理を「工程計画により与えられた目標値を、工程上の各時点で修正してゆく動的な制御作用」として把握する。このような工程計画と工程管理の不可分性を強調する際には「工程計画管理」という述語を用いることにする。

第Ⅱ編

工程計画最適化手法(SOT)の応用

第Ⅱ編 目 次

第 6 章	SOT の応用に伴う現実的問題の解決方法	111
6.1	緒 論	111
6.2	工程計画最適化問題の定式化に関する問題	111
(1)	資源の組み合わせ方式	111
(2)	資源搬入搬出期間の制約	112
(3)	資源単価成分	113
(4)	その他の制約条件	114
a)	部分工期	114
b)	その他	115
6.3	工事のモデル化に関する問題	115
(1)	オペレーションとアクティビティの設定	115
(2)	作業グループと資源グループの設定	116
(3)	考慮対象資源の選択	116
(4)	作業条件	116
6.4	数値計算に関する問題	117
(1)	資源単価成分と数値計算効率	117
(2)	スケーリング	118
(3)	数値計算量の削減	118
6.5	結 論	119
第 7 章	工程計画管理システムの設計	120
7.1	緒 論	120
7.2	システムの設計	120
(1)	全体システム	120
(2)	各プログラムの内容	120
a)	データ整理プログラム	120
b)	資源投入計画作成プログラム	122
c)	工程計画表作成プログラム	122

d) 見積書作成プログラム	122
7.3 結論と考察	123
第 8 章 ロックフィルダム工事に対する SOT の適用	125
8.1 緒 論	125
8.2 数値計算モデルの設定	125
(1) 工事の概要	125
(2) オペレーションとアクティビティ	127
(3) 作業グループと資源グループ	130
(4) 資 源	132
(5) 作業条件	132
(6) 対象工事個有の制約条件	132
a) 部分工期	134
b) グム盛立てに関する制約	135
c) ロック材採取に関する制約	135
8.3 数値計算結果	135
(1) 施工段取	135
(2) 数値計算量	137
8.4 結論と考察	138
第 9 章 宅地造成工事に対する SOT の適用	140
9.1 緒 論	140
9.2 数値計算モデルの設定	140
(1) 工事の概要	140
(2) 要素の設定	140
a) オペレーションとアクティビティ	140
b) 作業グループと資源グループ	144
c) 資 源	144
(3) 作業条件	146
9.3 数値計算結果	147
(1) 累積総運搬上量曲線	147
a) 工事開始・終了時期における作業能率の低下	147
b) 累積総運搬上量曲線の勾配	148

c) 月当り稼働日数率の影響	150
(2) 施工段取	150
a) 資源搬入搬出制約期間	150
b) 資源単価と資源稼働数量の均し	153
c) 資源の設定について	154
d) 作業グループ投入数量	155
9.4 数値計算モデルの改善	155
(1) 序	155
(2) 改善された数値計算モデル	157
a) オペレーションとアクティビティ	157
b) 資源	158
c) その他	158
(3) 数値計算結果	158
a) 改善点	158
b) 資源搬入搬出制約期間の与え方	161
c) 別のモデルによる検討	163
9.5 結論と考察	168

第6章 SOTの応用に伴う現実的問題の解決方法

6.1 緒 論

第I編の検討を通じて、工程計画最適化手法(SOT)と称する、1つの新たな工程計画・管理手法が得られた。SOTは実際の建設工事のいくつかに試験的に適用され、満足すべき結果が得られている。本章では、SOTを実際の建設工事に適用する際に生じる種々の問題とその解決方法を要約する。⁶⁾

6.2 工程計画最適化問題の定式化に関する問題

(1) 資源の組合わせ方式

第1章で述べた工程計画最適化問題の基本的定式化におけるように、作業グループの投入数量 v_j^n を操作変数(決定変数)にする場合には、作業グループを構成する資源の組合わせ比率が固定されている。実際の施工においては、上述の基本的定式化が妥当でない場合が生じる。たとえばブルドーザによる掘削押土作業にD8とD7という2種類の機械を投入する場合を考える。D8の利用可能数量に限界があり、D8が不足したらD7をかわりに投入するような計画によると、作業グループにおけるD8とD7の組合わせ比率が一定ではなくなる。この問題を正確に定式化するためには、作業グループの投入数量ではなく、資源グループの投入数量を操作変数に選ぶ必要がある。この場合には、基本的定式化における式(1-24)が次式のように修正される。

$$r_j^n = r_j^{n-1} + \sum_m (W_{jm}^n \cdot v_{jm}^n) \quad \dots \dots \dots (6-1)$$

ここで W_{jm}^n 、 v_{jm}^n はそれぞれ n ステージ・アクティビティ j における資源グループ m の1資源グループ当たり出来高と資源グループ投入数量であり W_{jm}^n は基本的定式化における1作業グループ当たり出来高 W_j^n と同様に計算される。式(1-28)や制約条件式なども同じ考え方で簡単に修正される。

このように資源グループ投入数量を操作変数として最適化計算を行う場合には、全体費用最小という観点からみて効率の悪い資源グループの投入数量が小さくなるであろう。したがって、あらかじめ数種類の資源グループを1つのオペレーションに与えて最適化計算を行うならば、種々の制約を考慮したうえで全体的にみて最も経済的な資源グループを選択

しうる可能性がある。ただし、施工機械などの選択には経済性だけでなく、土質その他の作業条件の影響が大きいので、上述の方法が現実的には必ずしも妥当な方法とは結論できない。

(2) 資源搬入搬出期間の制約

第1章で述べた基本的定式化によると、工程上の各ステージで資源の搬入および搬出が可能である。実際の工事では契約上の慣習などにより、施工機械の搬入搬出が図6-1に示すように半年や1年間隔でしか行えない場合もある。この制約を取り扱うためには、アクティビティの出来高把握を表わす工期単位と、資源搬入搬出を表わす工期単位を異なるものにする必要がある。図6-2において大きなブロックが資源搬入搬出に対応する工期単位 JT を、小さなブロックがアクティビティの出来高把握に対応する工期単位 Jt を表わす。図6-2は一種の階層システムであるが、¹⁷¹⁾ 工程計画最適化問題においては次のような2種類の並行した多段決定過程を考えることにより、この問題を簡単に解決することができる。全体工期 T を、資源搬入搬出に対応する工期単位 JT ずつに分割したブロックを初めから順に1, 2, …

, m , …, Q ブロックと称する。

$$T = JT \cdot Q \quad (6-2)$$

この工期単位 JT はアクティビティの出来高把握のための工期単位 Jt の R 個からなるとする。

$$JT = R \cdot Jt \quad \dots \dots (6-3)$$

R は各ブロックごとに異なってもよい。全体工期 T を Jt ずつに分割したブロックを初めから順に1, 2, …, n , …, N ステージと称する。

$$T = Jt \cdot N \quad \dots \dots \dots (6-4)$$

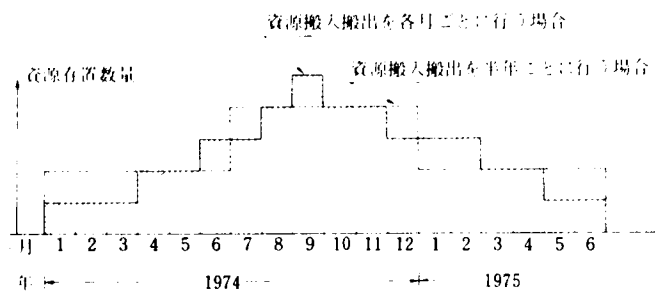


図 6 - 1

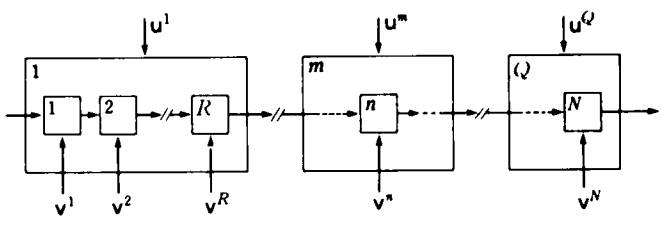


図 6 - 2

上述の2つの並行した多段決定過程の状態方程式がそれぞれ次のように与えられる。

① 資源搬入搬出に対応する多段決定過程

$$q_i^m = q_i^{m-1} + u_i^m, \quad (i=1, \dots, M) \quad \dots \dots \dots (6-5)$$

$$x_i^m = x_i^{m-1} + \sum_j \{ (CD_i \cdot J \cdot T \cdot (q_i^{m-1} + u_i^m) + CI_i \cdot V \cdot u_i^m) \\ + CE_i \cdot V \cdot (-u_i^m) \} \quad \dots \dots \dots (6-6)$$

② アクティビティの出来高把握に対応する多段決定過程

$$r_j^n = r_j^{n-1} + W_j^n \cdot v_j^n, \quad (j=1, \dots, L) \quad \dots \dots \dots (6-7)$$

$$x_j^n = x_j^{n-1} + \sum_i (CW_j^n \cdot v_j^n) \quad \dots \dots \dots (6-8)$$

式(6-5)～(6-8)における記号の意味は、上添字 m が m ブロックの変数を表わすことを除き、式(1-33)～(1-35)における意味と同一である。

式(1-14)に対応する目的関数は次式で表わされる。

$$J = \{ x_2^Q + \sum_i (CE_i \cdot q_i^Q) \} \cdot x_2^N \rightarrow \min \quad \dots \dots \dots (6-9)$$

制約条件式も図6-2に示す「 T ブロック」と「 t ステージ」の対応を考慮することにより簡単に定式化される。以上に述べた方法により、資源搬入搬出の制約を満たす妥当な数値解が得られる。この方法は基本的定式化による方法より一般に計算量が少なく、数値解も安定している。また図6-1に概念的に示すように、この方法により、基本的定式化による方法より一層の資源存置数量の均し（平準化：Resource Leveling）が行われる場合が多い。したがって、この方法は数値計算の面からも、実的な応用の面からも有利な方法といえる。この方法の具体的な検討は第9章で行う。

(3) 資源単価成分

実際の工事においては、第1章の基本的定式化で述べた4つの資源単価成分の他に次のような費用が生じる場合がある。

① 越冬費用（現地保管費用）

数年を費やして山岳地帯でダム建設を行う場合には、大型施工機械の越冬費用が生じる。越冬費用

をそのまま評価するためには、基本的定式化における4つの資源単価成分の他に、越冬単価成分を新たに加える必要がある。組立解体費などのすべての費用を含めて、資源 i 1台を1冬越冬させるために必要な費用を $C_i S_i$ とする。工期が V 年にわたるとして、第 k 年におけるステージ数(工期単位数)を G_k とする。

$$G_1 + G_2 + \dots + G_k + \dots + G_V = N \quad \dots\dots\dots (6-10)$$

ここで N :全ステージ数である。第 $(G_k + 1)$ ステージで存置されている資源数量が越冬資源数量に相当するから、全越冬費用は次式で求められる。

$$\sum_{k=1}^{V-1} \sum_i \{ q_i^{(G_k+1)} \cdot C_i S_i \} \quad \dots\dots\dots (6-11)$$

この費用を目的関数式(1-44)に加えることにより、越冬費用がそのまま評価される。

(2) 償却費用

施工機械などの購入費用を1つの建設工事だけで償却させる場合には、償却費用という新たな資源単価成分が生じる。償却費用は、その工事に資源を投入するときのみ生じる費用であるから、基本的定式化における資源単価成分である搬入単価と全く同じ性格をもつ。したがって償却費用が生じる場合には、その費用を搬入単価に加えることにより、そのまま評価できる。

これらの例から明らかなように、基本的定式化における資源単価成分の意味を適当に拡張して解釈するか、あるいは必要に応じて新たな資源単価成分を加えることにより、実際の工事で生じる種々の費用をそのまま評価できると判断される。

(4) その他の制約条件

a) 部分工期

実際の工事においては、工事の全体工期の制約だけでなく、多くの作業について開始可能期日や最遅終了期日が指定される場合が多い。このような部分工期の制約は、部分工期以外のステージにおける作業グループ最大投入数量(基本的定式化における作業条件)をゼロとすることにより簡単に表わされる。作業グループ最大投入数量に関する制約条件式は操作変数だけを含むから、この制約条件が収束計算の過程で侵されるときには単純に制約条件の境界値をとればよい(2.2(3)参照)。したがって、部分工期の制約として作業グループ最大投入数量がゼロとされている場合には、作業グループ投入数量がゼロ以外の値

をとりえないから、部分工期の外では、その作業グループ投入数量に関する目的関数の計算を行う必要がないことになる。したがって、部分工期を与えることは数値計算量を減らすうえでも効果的な措置である。

b) その他

第8章で述べる具体的な適用例におけるように、たとえばロックフィルダムの盛立て作業を行う場合、施工上の要請から、ロック、コア、フィルターの盛立て高さに大きな差が出ないようにする必要がある。このため工程上の各ステージにおけるこれらの盛立て数量は、ある制約を満たさなければならない。この問題の具体的な解決方法は第8章で述べるが、基本的定式化における操作変数、状態変数などを用いた制約条件式により、上述のような制約を表わすことができる。この例のように、実際の工事においては種々の現実的な制約が存在するが、簡単な制約条件式を付加することにより比較的容易に処理できる場合が多いようである。

6.3 工事のモデル化に関する問題

(1) オペレーションとアクティビティの設定

オペレーションとアクティビティの設定により、いかに実際に近く工事を表現するかは、工事のモデル化における最も基本的な問題である。これらの設定に際しては第8、9章で例を挙げるような現実的な要素に対する配慮と併せて、考慮対象資源の選択や工程計画作成の立場などに関する総合的な判断が要求される。著者がSOTを実際の工事に適用した限りでは、ロックフィルダム工事のように複雑な作業の組合わせからなる工事についてはオペレーションやアクティビティを完全にシステムティックに設定することが困難であり、各工事の特徴に応じた工夫が必要である。ただし、土地造成工事のように比較的簡単な土工作業の組合わせからなる工事については、これらの設定を規格化することが可能と判断される。したがって、工種・作業コードなどによる規準を参考にして、各工事の特性を考慮したオペレーション・アクティビティを設定する方法が現実的といえるであろう。以下で、オペレーションとアクティビティの設定に際して考慮すべきことを簡単に示す。

i) たとえば掘削・運搬・捨土という一連の作業については、従来の見積りにおけるように掘削、運搬などと別々のオペレーションにするべきではない。SOTにおいては、並行して同時に遂行される作業をできるだけ1つのオペレーションにまとめる方針である。この処置により、モデルが現実的になり、かつ簡素化される。さらにアクティビティの工程上の順序関係も簡潔になる。

上述の方針は一般的なものであるが、工事によっては、同時に遂行される一連の作業を1つのオペレーションにまとめない方が、現実的な制約を表わすためにむしろ適切な場合もある。この具体例は第8章に示した。

ii) 全く同じ内容の作業でも、作業能力などの作業条件が異なる場合には、その条件を表わせるようにアクティビティを設定しなければならない。たとえば第8章で例にとるダム盛立て作業において、盛立て段階の初期および終期で作業能力が低下することを表現するためには、盛立て初期および終期の作業数量をもつアクティビティを設定する必要がある。

(2) 作業グループと資源グループの設定

オペレーションの設定を規格化することが前述のように困難な場合が多いので、オペレーションと1対1に対応する作業グループの設定も一般的には規格化しにくいようである。一方、実際の工事では、施工上の制約を表わすために似た内容の作業を、作業グループの構成が少しずつ異なる別々のオペレーションとして表わさざるをえない場合が多い。このため、実際の工事について作業グループを直接、資源の集合として設定してみると、いくつかの作業グループに同じ資源の組み合わせがしばしば出現する。このような資源の組み合わせを資源グループとして、あらかじめ設定しておくならば、作業グループの設定がシステムティックになり、業務の簡素化が行われるであろう。資源グループは基本的定式化における定義からも明らかなように、工程計画や見積り作業の規格化を意識した概念である。したがって、作業グループの設定と関連つけた資源グループの標準化が工程計画や見積り作業の規格化のいとうちを与えると考えられる。

(3) 考慮対象資源の選択

大型ショベルなどの重機械と、ポータブル・コンプレッサなどの小型機械の資源単価成分の数値には大きな差があるので、これらを同じレベルの資源として扱うことは最適化計算における数値計算上の精度からみて不利である。このような資源の取り扱い、工程計画における精度のバランスからみても妥当ではない。S O Tを適用する際には、大型機械などのように多額の資源単価成分をもつ資源だけを対象として最適化計算を行い、比較的マクロな工程計画を作成する。そして、その結果に基づいて詳細な工程計画を作成するという方法が現実的である。

(4) 作業条件

実際の工事における作業条件は、第1章で述べた基本的定式化における4種類の作業

条件によりほぼ表現できると考えられる。ただし、工程計画における最も重要な作業条件の1つである施工機械作業能力の把握については、より詳細な組織的研究が必要である。

6.4 数値計算に関する問題

(1) 資源単価成分と数値計算効率

資源単価成分における固定単価や搬入搬出単価などの数値構成比率が、共役こう配法の収束効率に大きな影響を及ぼす。第3章では、工程計画最適化問題に共役こう配法を適用する方法として次の2通りがあることを示した。

- i) 資源搬入搬出数量 u を操作変数として、関数空間での動的最適化計算を行う。
- ii) 資源存置数量 q を操作変数として、変数空間での静的最適化計算を行う。

i) の方法によると、共役こう配法による収束計算の試行において、搬入搬出数量の増分が直接評価されるから、搬入搬出費用を小さくする操作が有効に働く。このため、資源搬入搬出数量が小さくなり、資源存置数量の均しが実現されやすい。しかし、この方法によると資源搬入搬出数量が大きく変化できないので、特に工程の初めの段階では資源存置数量が増加しにくい。式(1-43)の影響から、作業グループ投入数量も工程の前半は増加しにくく、工程の後半に集中しやすくなる。この現象により、資源存置数量は工程の後半で大きくなる傾向がある。したがって、i) の方法を用いた場合には出来高工程曲線が図3-16に示す後半進捗型になりやすい。

ii) の方法によると、共役こう配法による収束計算の試行において、資源存置数量の増分が直接評価されるから、資源の存置に要する費用(固定費用)を小さくする操作が有効に働く。また、資源存置数量が独立的に変化しうるから、i) の方法による場合のように工程の後半で大きくなる傾向はなく、資源存置数量が工期全体を通じて平均的な数値になる。しかし、この方法によると資源搬入搬出費用が、i) の方法におけるほど直接的には評価されにくいから、資源存置数量の均しが十分に行われない場合もある。この問題は第9章で述べる。

一方、2つの方法の数値計算効率は資源単価成分の数値構成比率により大きく左右される。たとえば第8章で例にとる海外工事におけるように、搬入搬出単価がきわめて大きく、固定単価を0円/日とする場合には、i) の方法によると収束計算が円滑であるが、ii) の方法によると妥当な結果が得られない。国内工事におけるように、固定単価や搬入搬出単価のバランスがとれている場合には、2つの方法の収束効率にあまり大きな差はない。上述のような出来高工程曲線の型や、資源存置数量の偏りが生じにくいことから、固定単価が存在する一般の場合には、ii) の方法をとることが妥当であると判断される。

国内工事においても，施工機械を時間契約で賃借するような場合には固定単価が 0 円／日となる。しかし，この場合でも 1 ヶ月当りの最低稼働時間数を保証することが普通であるから，時間当り賃借料を稼働単価（円／時間）に含めるよりも，日当り費用に換算して固定単価として扱い，ii) の方法を適用する方が現実的に妥当な結果を得るようである。この問題については第 9 章で具体的に検討する。

(2) スケーリング

土地造成工事の機械化土工のように似た内容の作業で構成される工事においては，各作業の時間当り作業能力や作業数量当り単価にあまり差がないが，ロックフィルダム工事のように多様な作業を含む工事においては，これらの数値がかなり異なる。このため，時間当り作業能力や作業数量当り単価から計算される 1 作業グループ当り出来高 W_j'' （式 1-23 参照）が各アクティビティごとに大きく変動する。その結果，共役こう配法の収束効率が悪くなったり，現実的に妥当でない解に収束する場合もある。このような現象を防止するためには，一種のスケーリングとして，式（1-23）の W_j'' に次式で定義される α_j を乗じて， W_j'' の値を同じ程度に調整する方法が有効である。

$$\alpha_j = \frac{L}{\sum_{j=1}^L \sum_{n=1}^N W_j''} W_j'' = L \cdot \frac{N}{\sum_{j=1}^L W_j''} \quad \dots\dots\dots (7-12)$$

ここで， L ：アクティビティ総数である。この調整に従って各アクティビティの総出来高（式 1-12 参照）も α_j を乗じた値に修正される。以上の処置により，基本的定式化の意味を損なうことなく共役こう配法の収束計算を円滑にし，かつ妥当な数値解を得ることができる。

(3) 数値計算量の削減

共役こう配法による収束計算においては，試行ステップ幅の 1 次元探索に要する計算が全体の計算量の大部分を占める。S O T の数値計算においては，資源数やアクティビティ数の増加に伴って，制約条件式の個数が累進的に増加する。このため，大型建設工事については S U M T・外点法の修正目的関数に関する計算量がきわめて多くなるから，1 次元探索に要する計算量が飛躍的に増加する。したがって，電子計算機利用のプログラミングに際しては，修正目的関数の計算における重複計算を避けるなどの工夫を加えることが，計算量を削減するうえで非常に有効である。

その他 6.2 で述べたように，適当な資源搬入搬出の制約期間を与えることや，部分工期を適当に設定して不必要な計算を避けることも数値計算量の削減のために有効な処置で

ある。

6.5 結 論

本章ではS O Tを実際の工事に適用する際に生じる種々の問題と、その解決方法を示した。

- (1) 工程計画最適化問題の定式化に関する現実的問題として、i) 1つの作業に投入する資源の組合わせ比率が固定できない場合、ii) 資源搬入搬出の期間が制約される場合、iii) 越冬費用など基本的定式化における以外の資源単価成分が生じる場合、iv) 作業ごとに部分工期の制約が存在する場合、などの問題の解決方法を示した。
- (2) 工事のモデル化に関する問題として、現実的な制約を考慮したオペレーション、アクティビティ、作業グループなどの要素の設定方針を示した。
- (3) 数値計算に関する問題として、資源単価成分の構成比率と数値計算効率の関係、スケーリングや電子計算機プログラミングの工夫などによる数値計算量削減の方法を示した。

以上の検討を通じて、必要に応じた適当な修正や工夫を加えることにより、実際の工事で生じる種々の制約条件を、S O Tが現実に近い形で客観的に評価できることを明らかにした。

第7章 工程計画管理システムの設計

7.1 緒 論

本論文で提案されたSOTは，大型電子計算機の利用を前提としている。SOTが実際の業務で活用されるには，電子計算機の有効な利用方法を中心とするシステム設計が必要である。本章では，著者が設計した工程計画管理システムの概要を説明し，実際の業務におけるSOTの適切な利用方法を検討する。

7.2 システムの設計

(1) 全体システム

SOTの利用に基づいて，著者が設計した工程計画管理システムの全体図を図7-1に示す。図7-1における2重ワクのブロックが，システムを構成する電子計算機プログラム群を表わす。これらのプログラム群は，図7-1に示すように磁気テープなどを用いて密接に結合される。

システムにおける情報の流れは次の通りである。経験ある技術者が作成したデータはデータ整理プログラムにより，図7-1中に示すように見積り用データ，工程計画用データ，最適化計算用データに整理される。最適化計算用データに基づいて，資源投入計画作成プログラムはSOTにより資源投入計画（施工段取）を決定する。この資源投入計画と工程計画用データに基づいて，工程計画表作成プログラムにより，種々の工程計画表が作成される。さらに，資源投入計画と見積り用データに基づいて，見積書作成プログラムが見積書を作成する。このようにして得られた工程計画表と見積書に対して，経験ある技術者の検討が加えられ，その妥当性が判断される。

(2) 各プログラムの内容

a) データ整理プログラム

SOTの収束計算に関する制約から，最適化計算用のデータを準備するには第2，3，6章で述べたような種々の配慮が必要である。電子計算機容量の制約から，第8章で述べるようにオペレーション・アクティビティを適当に統合したり，最適化計算の対象とする資源を取捨選択する必要性が生じる場合もある。しかし，実際の業務で利用しやすいシステ

ムにするには，SOTの利点を生かしてシステムへのインプットをできるだけ基本的かつ常識的なデータに限る必要がある。また，最終的な結果として得られる工程計画表や見積書を作成するためにも，基本的データが必要である。この問題を解決するには，システムへのインプット・データを基本的なものに限り，最適化計算用データを作成する操作を自動化する方法が有効である。データ整理プログラムは主に，この機能をもつプログラムである。

b) 資源投入計画作成プログラム

資源投入計画作成プログラムはSOTの最適化計算を行い，施工段取を決定する。

c) 工程計画表作成プログラム

資源投入計画（施工段取）に基づいて，工程計画表作成プログラムにより，たとえば次の工程計画表を得ることができる。

- ① 作業グループ投入数量表
- ② アクティビティ別資源稼働数量表（図7-2）
- ③ 資源総稼働数量表
- ④ 資源存置数量表
- ⑤ アクティビティ別出来高数量表（図7-3）
- ⑥ アクティビティ別累積出来高数量表
- ⑦ 累積総費用表

その他，工夫に応じて種々の工程計画表の作成が可能である。

d) 見積書作成プログラム

見積書作成プログラムは，資源投入計画作成プログラムにより得られる施工段取に基づいて工事全体金額を計算する。第1章で述べたように，施工に関するすべての費用は資源の投入と操作によって生じるから，施工段取が得られているならば，比較的現実に近い金額を得ることができ

KOUJI-MEISYO (CENTURY NEW-TOWN PROJECT, A-D AREA, EARTH-MOVING)

ACTIVITY-BETNE SHIGEN KADOU SURYO HYO

ACTIVITY NO. (1) MEISYO (BUL150M-1)

STAGE	NEW	TSUKI	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
NO.			D7F	D9H	D9G	D8*24S	CA1611
1	50	10	2.2	0.0	0.0	0.0	0.0
2	50	10	2.1	0.0	0.0	0.0	0.0
3	50	11	1.8	0.0	0.0	0.0	0.0
4	50	11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	50	12	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

図7-2 アクティビティ別資源稼働数量表

KOUJI-MEISYO (CENTURY NEW-TOWN PROJECT, A-D AREA, EARTH-MOVING)

SACYO-DEKIDAKA SURYO HYO - PART (1) -

STAGE	NEW	TSUKI	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
NO.			BUL150M-1	BUL150M-2	BUL175M-1	BUL175M-2	CS175M	CS175M
			M3	M3	M3	M3	M3	M3
1	50	10	8186.8	0.0	7429.9	0.0	0.0	0.0
2	50	10	7551.2	0.0	6847.1	0.0	0.0	0.0
3	50	11	8153.1	0.0	7191.1	0.0	0.0	0.0
4	50	11	0.0	8582.4	0.0	7740.1	7514.8	811.2
5	50	12	0.0	6849.4	0.0	6199.7	2044.4	674.7
6	50	12	0.0	7118.5	0.0	6471.1	2100.1	691.0
7	51	1	0.0	5629.0	0.0	5102.7	1656.0	546.5
8	51	1	0.0	5629.0	0.0	5102.7	1656.0	546.5

図7-3 アクティビティ別出来高数量表

るはずである。また、施工段取に基づいて、資源の稼働時間当り単価を計算し、1.2(3)で述べた手続きに従って、より正確な作業数量当り単価を算出することも可能である。図7-4に作業数量当り単価内訳表の例を示す。

KOUJI-MEISYO (CENTURY NEW-TOWN PROJECT, A-D AREA, EARTH-MOVING)									
SAGYO-SURYO-ATARI TANKA UCHIWAKE HYO									
OPERATION NO. (2) MEISYO (BUILDING)									
SHIGEN	SHIGEN	BUGAKARI	(KADU-JIKAN-ATARI TANKA)			(SAGYO-SURYO-ATARI TANKA)			
NO.	MEISYO		CHOKUSETSU	KANSETSU	GOUKEI	CHOKUSETSU	KANSETSU	GOUKEI	
1	D7F	0.003	8500.0	200.0	8700.0	25.5	0.6	26.1	
2	D8H	0.020	14000.0	400.0	14400.0	280.0	8.0	288.0	
TOTAL						305.5	8.6	314.1	YEN/M3

図 7 - 4 作業数量当り単価内訳表

7.3 結論と考察

本章では、SOTを実際の業務で活用するための準備として、SOTに基づく工程計画管理システムの設計指針を示した。SOTは基本的なデータを与えるだけで、その条件のもとで最も経済的な施工段取（資源投入計画）を自動的に決定する手法である。作業出来高や費用など、施工における多くの要素が資源の投入と操作によって生じるから、SOTにより得られた施工段取に基づいて、工程計画に関する多くの情報を得ることができる。そのためには、施工段取に基づいて種々の工程計画表や見積書を作成するための適切なシステム設計を行い、電子計算機の有効な利用方法を検討する必要がある。

電子計算機の大きな利点の1つは、大量の計算をきわめて短時間で、簡単な判断機能に従って連続的に処理できることである。しかし、この利点は、計算処理の途中で技術者の判断や修正を加えにくいという欠点にもつながる。手作業により計画や見積りを行う場合には、作業の途中で技術者の判断に基づく修正（作業結果に対するフィードバック）が常に加えられ続けている。電子計算機利用におけるこのような難点が、一見きわめて容易に見える見積り作業などの電算化を妨げていると解釈できる。したがって、電子計算機の利用方針としては大別して次の2つが考えられる。1つは、Man-Machine Systemを利用して、計算処理の途中で技術者の判断や修正を加えやすいシステム設計を行う方法である。別の1つは、最終結果に対してだけ技術者の判断や修正を加えることにして、大量

の計算処理を短時間に何回も繰り返す方法である。SOTの考え方は後者に属するものである。したがって、計算処理を繰り返して実行しやすいように、与えるデータは基本的な性格のものだけに限り、しかも簡単にデータを修正しやすくし、また得られる結果は技術者の判断や修正を加えやすいような形にまとめられている必要がある。

SOTの大きな特徴の1つとして、与えるべきデータが基本的な性格のものだけからなることが挙げられる。しかし、SOTの最適化計算を円滑にするためには、数値計算上の種々の配慮が必要である。SOTを実際の業務で利用しやすいものにするためには、基本的なデータだけを与えて、多くの結果を得るというSOTの特色を生かして、数値計算上の配慮に基づく操作などを自動化することが有効である。

以上のような基本の方針のもとに、実際の業務を担当する技術者の意見を考慮した適切なシステム設計が行われなければならない。本章では著者の個人的考え方に基づく工程計画管理システムの設計案を示した。実際の建設工事施工の工程計画を作成する際には、工程計画作成の条件ですら不確定な場合がむしろ普通である。SOTを実用的なものにするには、本章で示した工程計画管理システム設計案を参考にして、より弾力的かつ機能的なシステム設計を行う必要がある。

第8章 ロックフィルダム工事に対する SOT の適用

8.1 緒 論

本章では，あるロックフィルダム工事の重機工程計画に S O T を適用した結果を述べる。工事のモデル化やデータ作成に際しては，施工計画・見積り作業の担当者の協力を得て，詳細な検討を行った。本章の検討の結果，実際の大型建設工事に対しても S O T を有効に適用しうることが示される。^{6),151)}

8.2 数値計算モデルの設定

(1) 工事の概要

対象とするロックフィルダム工事が海外で施工される工事であるために，種々の特殊な制約条件がある。工事の概要は以下の通りである。図8－1中に示すロックフィルダムを建設し，かつ水力発電に必要な種々の構造物（発電所・取水路など）を建設することが工

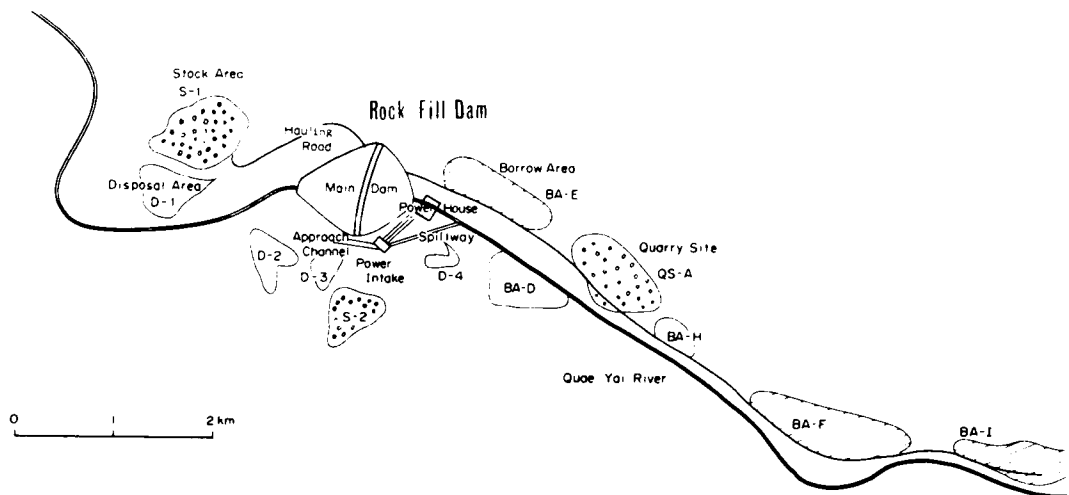


図 8－1 現場平面図

事の主な目的である。工事を構成する主な作業はロックフィルダム建設に伴う河流処理，搬路造成，ダム基礎掘削，原石山掘削，コア材採取，ダム盛立てなどと，構造物建設に伴う掘削，コンクリート打設などである。S O T は主に機械化土工工事を対象として開発

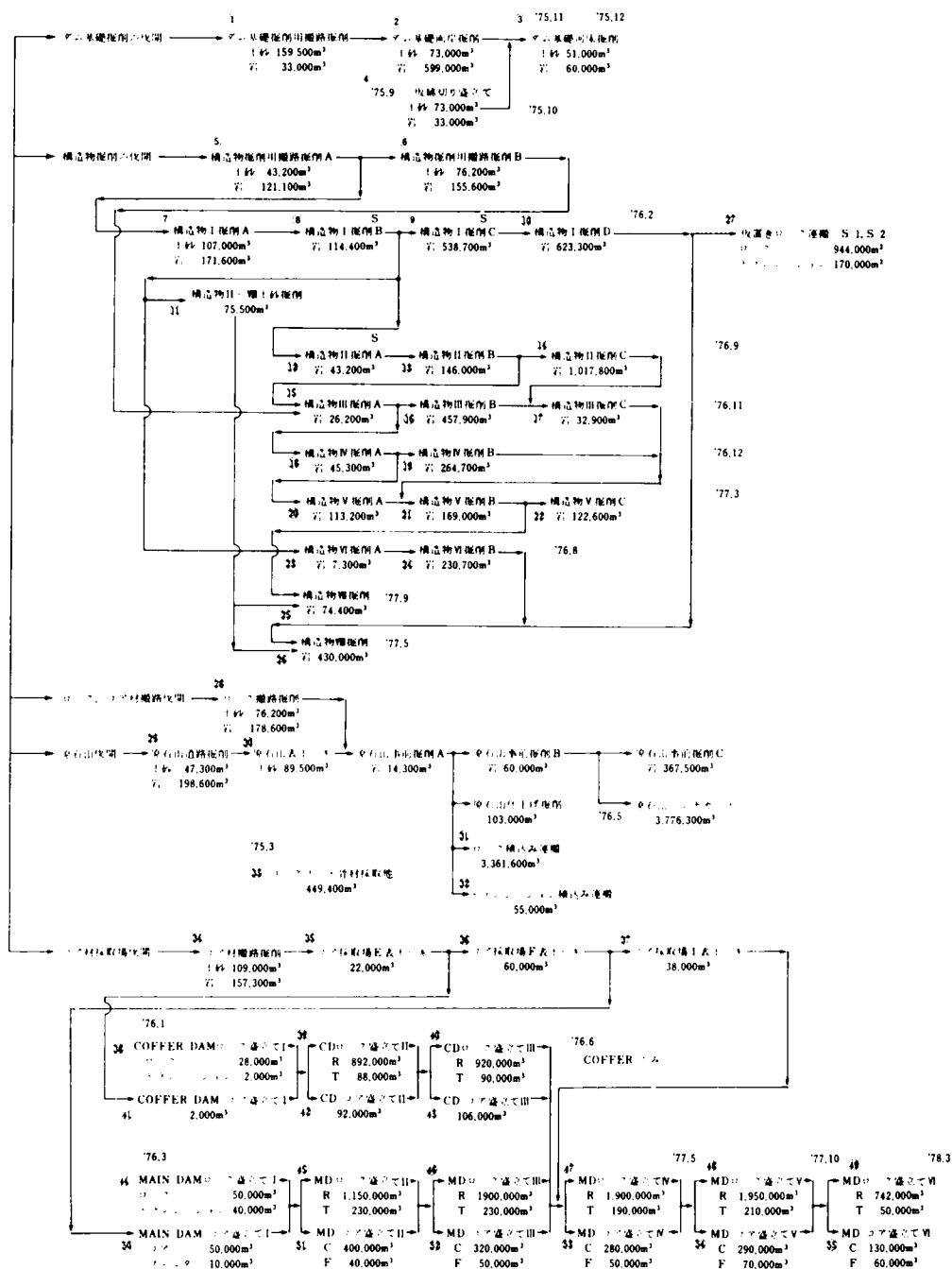


図 8-2 アクティビティ順序関係

(2) オペレーションとアクティビティ

① ダム盛立て

第2に、施工作业上の制約からロック、フィルター、コアの各部分の盛立て高さに、工程上の各時点で大きな差が生じないようにする必要がある。これらの2点と部分工期を考慮して、盛立て工程を図8-3に示すようにCoffer DamⅠ～Ⅲ，Main DamⅠ～Ⅳの9段階に分割し、それぞれを1つのアクティビティとする。Coffer DamⅠ，Main DamⅠ，Main DamⅣは盛立て初期および終期における作業能率の低下を評価するため

表 8-1 オペレーションとアクティビティ

No.	オペレーション	No.	アクティビティ	作業数量	単位	備 考
1	ダム基礎掘削用搬路掘削 掘削・運搬・捨て	1	ダム基礎掘削用搬路掘削	33,000	m ³	土砂 159,500m ³ 岩 33,000m ³
2	ダム基礎兩岸掘削 掘削・運搬・捨て・仮置き E.L. 185m以上	2	ダム基礎兩岸掘削	599,000	m ³	COFFER DAM MAIN DAM 左 岸 右 岸 左 岸 右 岸 土砂 73,000m ³ 10,000 6,000 37,000 20,000 岩 599,000m ³ 60,000 31,000 310,000 140,000 捨石場 D-1 D-2 D-1 D-2 岩 400,000m ³ を仮置き S-1, 199,000m ² 捨て
3	ダム基礎河床掘削 掘削・運搬・捨て E.L. 185m以上	3	ダム河床掘削	60,000	m ³	COFFER DAM MAIN DAM 土砂 51,000m ³ 28,000 23,000 岩 60,000m ³ 39,000 21,000 捨て場 D-1
4	仮堤切り盛立て 捨て・運搬・盛立て	4	仮堤切り盛立て	33,000	m ³	上流側 下流側 土砂 73,000m ³ 40,000 33,000 岩 33,000m ³ 28,000 5,000 75.9 75.10
5	構造物掘削用搬路掘削A 掘削・運搬・捨て	5	構造物掘削用搬路掘削A	121,100	m ³	土砂 43,200m ³ 構造物I掘削用搬路 岩 121,100m ³
6	構造物掘削用搬路掘削B	6	構造物掘削用搬路掘削B	155,600	m ³	土砂 76,200m ³ 構造物II掘削用搬路 岩 155,600m ³
7	構造物I掘削A 掘削・運搬・捨て	7	構造物I掘削A	171,600	m ³	土砂 107,000m ³ 岩 171,600m ³
8	構造物I掘削BC 掘削・運搬・仮置き	8	構造物I掘削B	114,400	m ³	土砂 114,400m ³ 掘削 0m ³ 捨て 114,400m ³ 仮置き
		9	構造物I掘削C	538,700	m ³	土砂 538,700m ³ 掘削 0m ³ 捨て 538,700m ³ 仮置き
9	構造物I掘削D 掘削・運搬・Dam直送・ 盛立ては含まず	10	構造物I掘削D	623,300	m ³	土砂 623,300m ³ 掘削 0m ³ 捨て 0m ³ 仮置き 623,300m ³ Dam直送
10	構造物II・VIII土砂掘削 掘削・運搬・捨て	11	構造物II・VIII土砂掘削	75,000	m ³	構造物II 1,500m ³ " III 11,000m ³ " IV 13,000m ³ " V 15,000m ³ " VI 17,000m ³ " VII 0m ³ " VIII 18,000m ³

に設定されたアクティビティである。ロック、フィルター、コア盛立て高さの差を小さくするために、9段階に分割した盛立て工程において前の盛立て工程のロック、フィルター、コアのすべてが終了してから次の盛立て工程に進むという順序関係の制約を与える。(図8-2参照)。3部分盛立ての高低差を小さくするためには、このような制約条件だけでは不十分なので後述する制約条件を別に加える。

② 構造物掘削

適用対象工事の施工計画によると、発電所や取水路などの構造物掘削が主に地盤高に従って施工区分Ⅰ～Ⅷに分割されている。実際の施工においては地形上の制約や施工機械の稼働可能性などに基づく複

雑な順序関係が存在するので、上述の施工区分より詳細なアクティビティを図8-2に示すように設定する。

施工計画によると、構造物掘削の結果生じる掘削ずりをダム盛立てロック材として流用する方針である。構

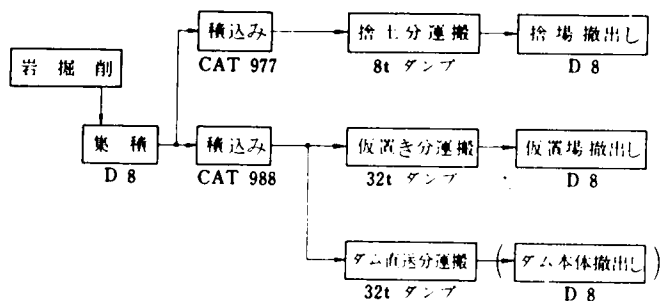


図 8 - 4

造物掘削工程がコンクリー打設工程の制約でダム盛立て工程よりかなり先行せざるをえないので、構造物掘削ずりの一部を仮置きする必要がある。したがって構造物掘削ずりの処分方法としては図8-4に具体例を示すように i) ロック盛立て直送, ii) 仮置き, iii)

捨土の3通りがある。これらの作業は並行して同時に遂行され则认为られるので1つのオペレーションにまとめる。ただし、ロック盛立てについては次に述べる理由により構造物掘削・運搬とは別のオペレーションとする。

③ ロック盛立て材の採取

ロック盛立て材としては構造物掘削ずりが流用されるが、この流用分だけでは数量が不足するので、原石山からもロック材を採取する。ロック材採取の関係は図8-5に示され

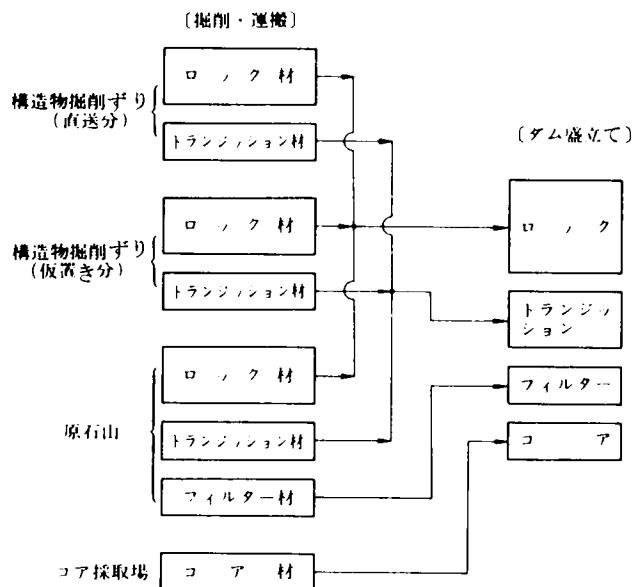


図 8 - 5

る。構造物掘削に関しては図 8-2 に示すような複雑な順序関係の制約があり、ロック盛立てに関しても図 8-2 の下部に示すような順序関係の制約がある。S O T においては、並行して行われる作業をできるだけ 1 つのオペレーションにまとめる方針である。しかし、上述のように構造物掘削とロック盛立てに関して別の施工条件が存在する場合には、掘削・運搬・盛立てという一連の作業を 1 つのオペレーションにまとめることが適切な処置ではない。ここでは構造物掘削・運搬作業とロック盛立て作業を別々のオペレーション・アクティビティとして、それぞれの施工条件を表わす。このため、後述するように、掘削・運搬量と盛立て量が常に等しいという制約条件を別に考慮しなければならない。

④ その他

S O T は大型電子計算機の利用を前提とするから、S O T を適用しうる工事規模は、利用できる電子計算機の記憶容量や計算速度などにより制約を受ける。このため、並行して遂行される作業はできるだけ 1 つのオペレーションにまとめて表わすことにより、オペレーションやアクティビティ総数の削減を図る必要がある。たとえば表 8-1 のダム基礎掘削用搬路掘削という作業は岩掘削 $33,000\text{ m}^3$ と土砂掘削 $159,500\text{ m}^3$ からなる。この作業は岩掘削と土砂掘削の 2 つのオペレーションに分けて表わす方が簡便であるが、ここでは 2 つの作業が全く並行して遂行されるとみなし、表 8-1 に示すように岩掘削数量だけで表わして 1 つのオペレーションとする。そして、後述するように作業グループを適切に設定することにより、岩掘削が終了する時点で土砂掘削も終了するという条件を表わすことにする。図 8-2 から明らかなように、トランジション盛立てやフィルター盛立てなどの作業も同じ考え方でロック盛立てとコア盛立てというオペレーションにそれぞれ含まれている。

(3) 作業グループと資源グループ

表 8-1 に例を示したオペレーションを遂行するために必要な資源の組合わせとして作業グループと資源グループを設定する。資源グループは工程計画や見積り作業の規格化を意識した概念であるが、このような規格化が現時点では十分に行われていない。ここでは各オペレーションを遂行するために必要な資源の組合わせを直接、作業グループとして設定することにし、その一部を表 8-2 に示す。ただし、ここではすべての資源を共用可能とし、資源数量だけで作業グループにおける資源の組合わせ比率を表わす。表 8-2 の作業グループであるダム基礎掘削用搬路掘削を例にとると、この作業グループに対応するオペレーション（表 8-1）は岩掘削 $33,000\text{ m}^3$ 、土砂掘削 $159,500\text{ m}^3$ からなる。岩掘削、土砂掘削ともにブルドーザ D 8 を用いるとし、それぞれに対する D 8 の時間当たり作業能力が表 8-2 に示すように $106\text{ m}^3/\text{hr}$ 、 $169\text{ m}^3/\text{hr}$ と与えられたとする。表 8-1 に

表 8-2 作業グループと資源グループ

[illegible]

示すように、このオペレーションは岩掘削数量 $33,000\text{ m}^3$ で表わされているから、岩掘削押土に用いる D 8 を基準として資源の組合わせ比率を与える。（資源組合わせ比率の基準とした資源については表 8-2 の稼働時間率欄に * 印がつけてある。）岩掘削押土用 D 8 の 1.0 台に対する土砂掘削押土用 D 8 の必要台数は次のように 3.03 台と求められる。

i) 岩掘削延べ稼働時間

$$= 33,000\text{ m}^3 / 106\text{ m}^3/\text{hr. 台} = 311\text{ hr. 台}$$

ii) 岩掘削と同期間で土砂掘削を行うために必要な土砂掘削の時間当り作業能力

$$= 159,500\text{ m}^3 / 311\text{ hr. 台} = 512.9\text{ m}^3/\text{hr. 台}$$

iii) 土砂掘削押土用 D 8 の必要台数

$$= 512.9\text{ m}^3/\text{hr. 台} / 169\text{ m}^3/\text{hr. 台} = 3.03$$

このような操作に基づく作業グループの設定は多少複雑であり、前述のように岩掘削と土砂掘削を別のオペレーションに分けた方が簡単である。しかし、このような操作は簡単に自動化できるので、実際の業務で S O T を利用する際には岩掘削と土砂掘削を別のオペレーションとして設定し、最適化計算を行う際に、オペレーションやアクティビティの総数を少なくするための便宜的な措置として上述のように 1 つのオペレーションにまとめる操作を自動的に行わせる方法が便利であろう。

(4) 資 源

本章で対象とするロックフィルダム工事については、表 8-5 に示すような大型機械だけを対象とする。この工事が海外で施工されるものであるため、搬入搬出単価としては梱包費や税関での費用などを含む日本から現地までの運搬費用のすべてをとる。機械はこの工事だけで償却させることにし、6.2(3)で述べたように機械購入単価を搬入単価に加えて扱う。したがって、固定損料などに相当する固定単価は 0 円/日とする。これらの資源単価成分の具体的数値は省略する。

(5) 作業条件

作業条件のデータを表 8-3 に示す。本章で対象とする工事の作業条件は、基本的定式化における 4 種類の作業条件によりほぼ表現できるようである。工期単位 $4T = 30$ 日（1ヶ月）とし、ステージ総数 $N = 48$ （全体工期 $T = 30$ 日 $\times 48$ ステージ = 4 年）とする。

(6) 対象工事個有の制約条件

実際の工事においては、基本的定式化で述べた一般的な制約条件の他に種々の制約条件が存在する。本章で考慮した制約条件を以下に列挙する。

表 8 - 3 作 業 条 件

No.	作業	1974												1975												時間 単位	作業 量	最大投入人数	1日当り 稼働時間	
		4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12								
1	ダム基礎掘削用道路掘削	0.40	40	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	106	m ³	5	16	hr	
2	ダム基礎掘削用道路掘削																								117		2			
3	ダム基礎掘削用道路掘削																								117		2			
4	仮設切り立て																								117		2			
5	構造物掘削用道路掘削 A																								106		5			
6	" B																								106		5			
7	構造物掘削 A																								211		2			
8	" B																								132		2			
9	" C																								132		2			
10	" D																								132		2			
11	構造物掘削用道路掘削																								122		2			
12	構造物掘削 A																								76		2			
13	" B																								132		2			
14	" C																								132		2			
15	構造物掘削 A																								76		2			
16	" B																								132		2			
17	" C																								132		2			
18	構造物掘削 A																								76		4			
19	" B																								132		4			
20	構造物掘削 A																								132		3			
21	" B																								132		3			
22	" C																								132		3			
23	構造物掘削 A																								76		2			
24	" B																								132		2			
25	構造物掘削																								76		2			
26	構造物掘削																								132		3			
27	仮設きりきり溝掘削 S L S 2																								117		2			
28	道路掘削																								106		5			
29	左右両側掘削																								106		2			
30	左右両側掘削 A																								102		2			
	" B																										4			
	" C																										4			
	左右両側掘削																										10			
	左右両側掘削																										1			
31	道路掘削																								117		8			
32	道路掘削																								117		8			
33	道路掘削																								55		8			
34	道路掘削																								106		5			
35	道路掘削																								105		2			
36	" E																													

図8-2に示したように、ダム盛立て作業についてはいくつかの部分工期の制約がある。この他、雨期などの影響で仮締切り作業の期間および期日が制約されるなど、多くの作業について開始可能期日や最遅終了期日が指定されている。これらをまとめたものが表8-4である。このような部分工期の制約は6.2(4)で述べた方法により簡単に処理できる。

[illegible]

b) ダム盛立てに関する制約

ダム盛立てに際してロック、フィルター、コアの3部分の盛立て高さに大きな差が生じないようにするには前述のように、9段階に分割した盛立て工程に関するアクティビティ順序関係の制約だけでは不十分である。そこで、3部分の毎日の盛立て作業量が、各盛立て工程における3部分の盛立て総数量の比率に従うという制約条件を与える。

毎日のロック盛立て作業量／毎日のコア盛立て作業量＝その盛立て工程のロック

総数量／その盛立て工程のコア総数量 …………… (8-1)

上式は、基本的定式化における操作変数や状態変数などを用いて容易に定式化される。

c) ロック材採取に関する制約

図8-5について述べたように、ロック盛立て作業については掘削・運搬作業とダム盛立て作業を別のオペレーションに分けている。そこで当然の制約として、掘削・運搬数量と盛立て数量が等しいという条件が存在する。

各ステージの構造物掘削すりダム直送分中のロック材数量＋各ステージの仮置き

ロック材運搬数量＋各ステージの原石山採取ロック材運搬数量＝各ステージの

ロック盛立て数量 …………… (8-2)

上式も操作変数や状態変数などにより容易に定式化される。

b), c)で述べた制約条件式は、基本的定式化における制約条件式と同様にSUMT・外点法により処理できる。

8.3 数値計算結果

(1) 施工段取

SOTにより得られる基本的な結果は、次の2種類の変数で表わされる施工段取である。

表8-5は工程上の各ステージで現場に存置しておく施工機械の数量(資源存置数量)を示す。表8-6は工程上の各ステージで各アクティビティに投入する作業グループの数量(セット数)を示す。前述のような基礎的なデータを与えるだけで、全体費用を最小にするという基準のもとで、上述の結果が自動的に得られる。図8-6は表8-5, 8-6の施工段取に基づいて作成した出来高工程曲線である。この他、たとえば図7-1に示したようなシステム設計を行うことにより、施工段取に基づく種々の工程計画表や、工程計

表 8—5 機械工程計畫表（現場存置數量）

No	備 考 欄	年	1974												1975												1976												1977												1978											
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		D8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2		D7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3		CAT 908	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4		CAT 977	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
5		321	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
6		201	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
7		81	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
8		CAT 835	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

表 8-6 作業工程計畫表

[illegible]

画と密接に結びついた見積書などを一貫した作業の流れに従って得ることができる。

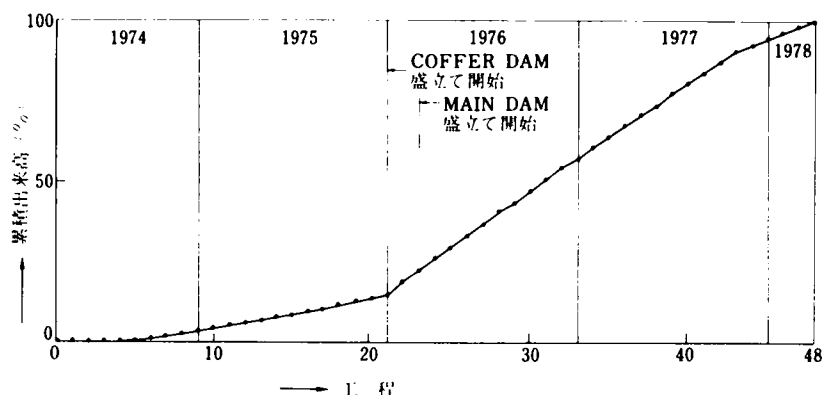


図 8-6 出来高工程曲線

(2) 数値計算量

本章で対象とする工事は海外で施工されるため、資源の搬入搬出単価がきわめて大きい。また、施工機械の償却費用を搬入単価として扱ったから、固定単価が 0 円/日となり、資源単価成分構成比率に占める搬入搬出単価の割合が非常に大きい。このような場合には、6.4 (1) で述べたように、資源搬入搬出数量 u を操作変数として、関数空間での動的最適化を行わなければ妥当な数値解が得られない。

本章で対象とする工事について SUMT・外点法と共役こう配法を適用した収束計算の時間は HITAC 8500 を利用した場合に約 35 分であった。図 8-7 に SUMT・外点法による収束の様子を示す。データカードの必要枚数はプログラムによって変わるであろうが、著者が作成したプログラムでは約 300 枚であった。計算時間やデータの必要量は、実際の応用の面からみて妥当

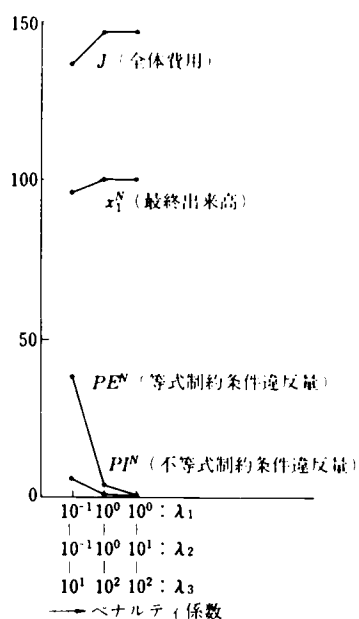


図 8-7 SUMT・外点法による解

な範囲内にあると判断される。

8.4 結論と考察

(1) 本章で示したロックフィルダム工事のような大規模な建設工事についても，SOTの適用により妥当な解（工程計画）が得られることを示した。

(2) SOTが実際の工事で生じる種々の制約条件を現実に近い形で客観的に考慮しうることを示した。

(3) SOTを適用するためのデータ作成時間や，電子計算機使用時間などは，本章で対象としたような大規模な建設工事についても現実的に妥当な範囲内にあると判断され，SOTを実際の業務で手軽に利用できることが明らかになった。

(4) 本章の適用例では，施工機械の購入費用を1つの工事だけで償却することにし，資源単価成分の固定単価を0円/日とした。この結果，表8-5に示した資源存置数量が，実際の稼働数量より一般に過大となっている。図8-8(a)に示すように固定損料（固定単価）を評価する場合には，資源存置費用を小さくするために，資源存置数量が実際に必要な存置数量（稼働数量）に近くなる。図8-8

(b)に示すように固定損料を評価しない場合には，資源搬入搬出の時期によって全体費用が変化しないので，資源存置数量が実際に必要な存置数量より一般に過大となる。したがって後者の場合には，実際の稼働数量を考慮して，資源存置数量を修正する必要がある。

(5) 本章では，表8-4に示すような比較的厳しい部分工期の制約を与えた。その結果，各作業の部分工期が集中する1976年に資源稼働数量が必然的に大きくなり，SOTの目的である，全体費用を最小にするという観点からの資源稼働数量の「均し（Resource Leveling）」が十分に行われていない可能性がある。したがって，各作業に対する部分工期の与え方については，工程計画・管理におけるSOTの有効な適用段階に関する検討と関連した配慮が必要である。

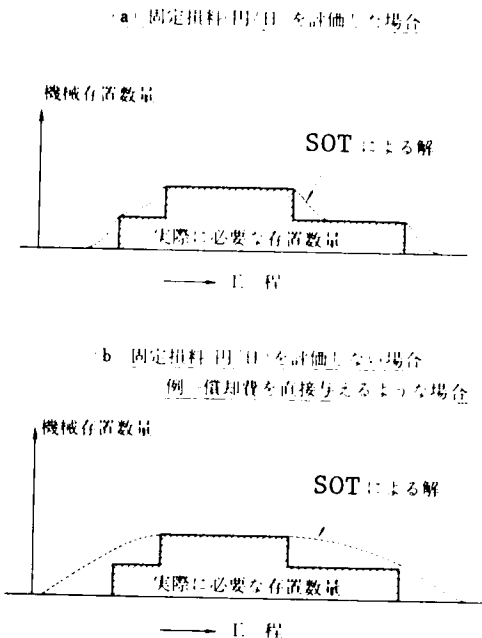


図 8 - 8

(6) 図 8－6 に示した出来高工程曲線は妥当な形と判断される。実際の工事においては部分工期の制約により出来高工程曲線の型が支配され，3.4 (3) で述べたような出来高工程曲線を前半進捗型にするか後半進捗型にするかという問題が生じない場合が多いようである。

(7) 本章の数値計算モデルは，手作業により詳細な工程計画が得られている段階で，現実的な種々の制約を忠実に考慮して作成された。このため，S O T により得られた結果は手作業による結果と大差がなく，不備な点も少ない。その反面，前述のように厳しい部分工期の制約により資源稼働数量の均しが十分に行われないなどの問題が生じる。S O T を施工計画や見積り作業のどの段階で，どの程度の制約条件を与えて適用するのが有効であるかという問題は，S O T を利用する際の重要な問題であり，より多くの工事に対する適用を通じて検討されなければならない。

第9章 宅地造成工事に対するSOTの適用

9.1 緒 論

本章では、ある宅地造成工事における重機工程計画にSOTを適用した結果を述べる。SOT適用のための数値計算モデル設定に際して考慮すべき点が詳細に検討される。そして、SOTを実際の業務で有効に活用するための一般的な指針が示される。

9.2 数値計算モデルの設定

(1) 工事の概要

適用対象工事の目的は、宅地や公共施設などからなる約110万 m^2 の宅地造成を行うことである。現地在丘陵地帯であるため、計画地盤高を実現するための重機土工工事が大きな比重を占める。図9-1に現場平面図を示す。図中に示す矢印は土運搬を表わすものとする。この搬土計画は、すでに多数の企業で実用化されている、作業量^{注1)}最小を目的関数として線形計画法により作成された結果である。⁵⁸⁾これらの搬土作業のすべてが、ブルドーザ、キャリオールスクレーパ、モータスクレーパなどの重機械により遂行される。重機土工工事は、ブロック別しゅん工検査などによる部分工期や施工管理の便宜上から、図9-1中に示すようにI-1～N-2工区の6工区に分割される。本章の適用例では、重機土工工事だけを対象とし、小型機械や人力が中心となる排水工事・擁壁工事などは適用対象から外すことにする。

(2) 要素の設定

a) オペレーションとアクティビティ

図9-2にアクティビティの順序関係を示す。表9-1にオペレーションとアクティビティの関係を示す。しゅん工検査時期などを考慮して、各工区ごとに図9-2中に示すような部分工期の制約が存在する。前章のロックフィルダム工事に比べると、宅地造成工事が比較的簡単な作業の組み合わせからなるため、オペレーションやアクティビティの設定が容易なようである。

注1) ここでいう作業量は、運搬土量と運搬係数の積で定義される。運搬係数は、運搬距離・勾配・土質などを考慮して、機械の効率から定められる係数である。⁵⁸⁾



S = 1 : 2,500

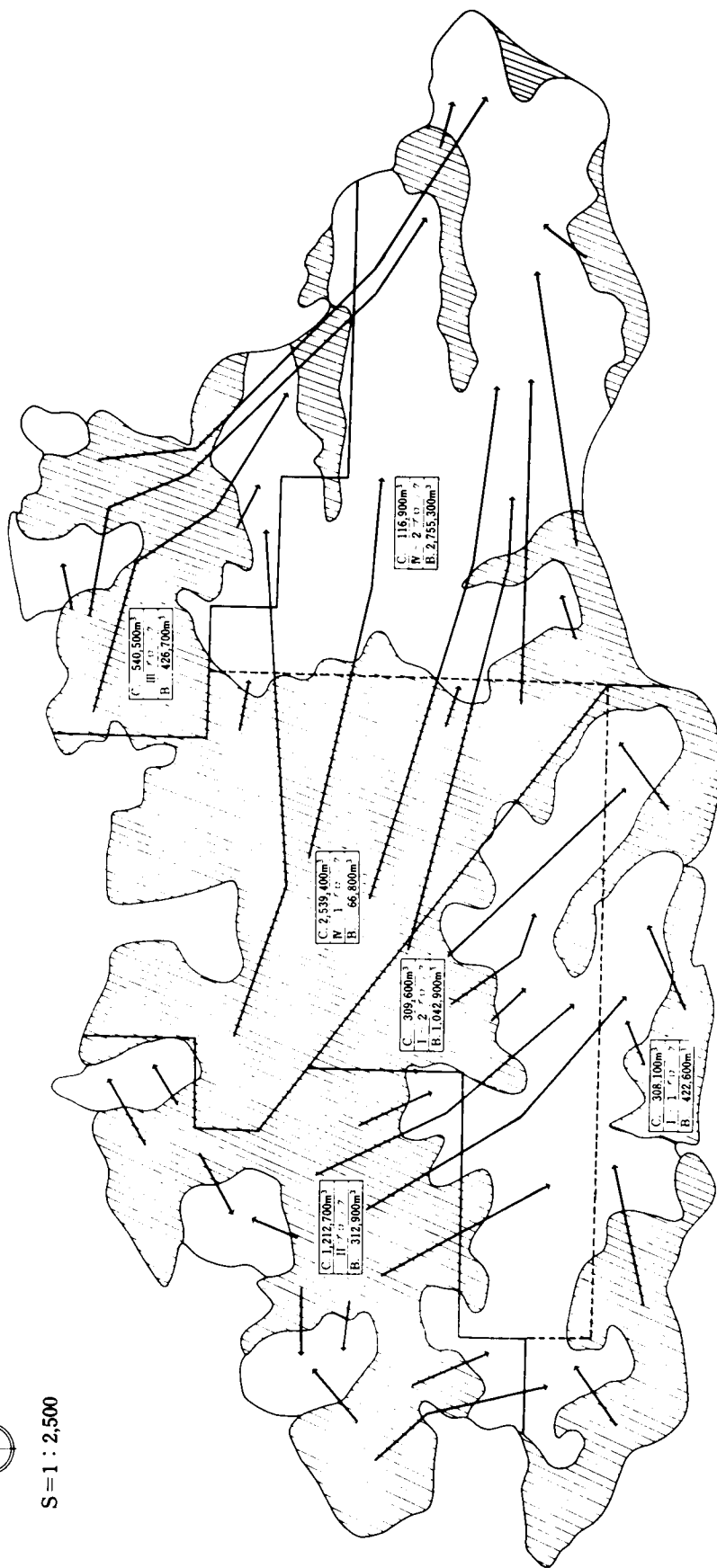


図 9 - 1 土 運 搬 計 画 図

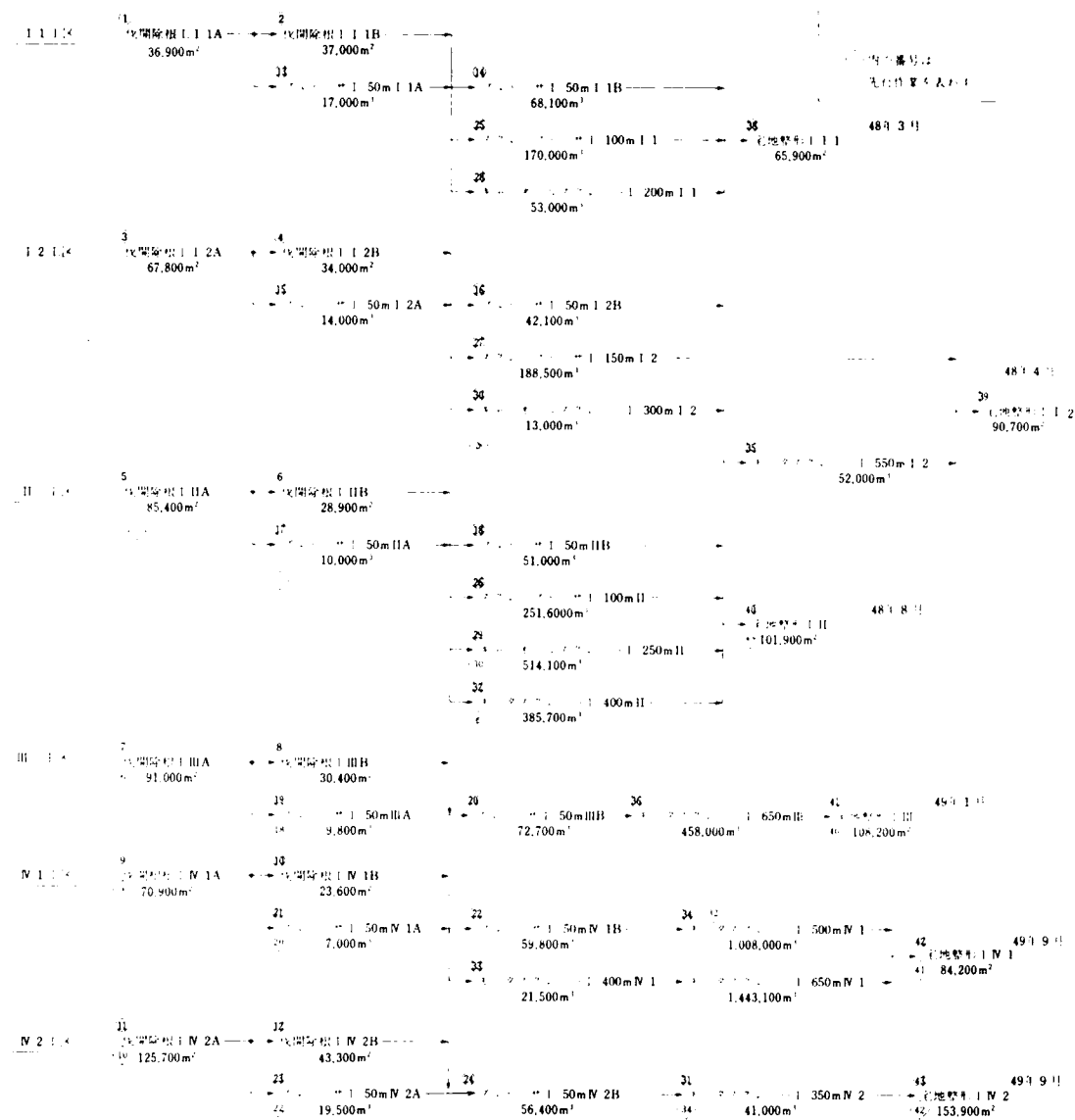


図 9-2 アクティビティ順序関係

表 9 - 1 オペレーションとアクティビティ

オペレーション (作業)			アクティビティ (作業)			
No.	名 称	作業数量 単位	No.	名 称	作業数量	先行作業
1	伐間除根工	674.900 m ²	1	伐間除根工 I 1A	36,900	
			2	" I 1B	37,000	
			3	" I 2A	67,800	
			4	" I 2B	34,000	
			5	" II A	85,400	
			6	" II B	28,900	
			7	" III A	91,000	
			8	" III B	30,400	
			9	" IV 1A	70,900	
			10	" IV 1B	23,600	
			11	" IV 2A	125,700	
			12	" IV 2B	43,300	
2	タスク I	50m 427.400 m ²	13	タスク I 50m I 1A	17,000	
			14	" I 1B	68,100	
			15	" I 2A	14,000	
			16	" I 2B	42,100	
			17	" II A	10,000	
			18	" II B	51,000	
			19	" III A	9,800	
			20	" III B	72,700	
			21	" IV 1A	7,000	
			22	" IV 1B	59,800	
			23	" IV 2A	19,500	
			24	" IV 2B	56,400	
3	タスク II 100m	421.600 "	25	タスク II 100m I 1	170,000	
			26	" II	251,600	
4	タスク III 150m	188,500 "	27	タスク III 150m I 2	188,500	
5	タスク IV 200m	53,000 "	28	タスク IV 200m I 1	53,000	
6	" 250m	514,100 "	29	" 250m II	514,100	
7	" 300m	13,000 "	30	" 300m I 2	13,000	
8	タスク V 350m	41,000 "	31	タスク V 350m IV 2	41,000	
9	" 400m	385,700 "	32	" 400m II	385,700	
10	" 400m	21,500 "	33	" 400m IV 1	21,500	
11	" 500m	1,008,000 "	34	" 500m IV 1	1,008,000	
12	" 550m	52,000 "	35	" 550m I 2	52,000	
13	" 650m	458,000 "	36	" 650m III	458,000	
14	" 650m	1,443,100 "	37	" 650m IV 1	1,443,100	
15	宅地整形工	604,800 m ²	38	宅地整形工 I 1	65,900	
			39	" I 2	90,700	
			40	" II	101,900	
			41	" III	108,200	
			42	" IV -1	84,200	
			43	" IV -2	153,900	

b) 作業グループと資源グループ

第8章のロックフィルダム工事に対する適用の場合と同じく，作業グループを直接，資源の組合わせとして設定する。表9-2に作業グループの構成を示す。やはり第8章におけるのと同じく，表9-2の資源数量欄だけで資源の組合わせ比率を表わす。

表 9-2 作業グループと資源グループ

No.	作 業 イネン・プロジェクト	機械・作業員 資 源	No.	作 業 内 容			時間当り 作業能力(単位)	インプット・データ		
				対 象	処 理	用 途		資源数量	稼働時間率	共用可能性
1	伐開除根工	D80A	5				400	m ²	1.0	
2	ブルドーザ 50m	D8 46A	2			掘削・埋土	105	m ³	1.0	
		D60P	7			敷 均 し	357	"	0.29	
3	スクレーパー 100m	SR264	8			横込み運搬	81	"	1.0	
		D60P	7			敷 均 し	357	"	0.23	
4	スクレーパー 150m	SR264	8			横込み運搬	66	"	1.0	
		D60P	7			敷 均 し	357	"	0.19	
5	キャリアールスクレーパー 200m	D80+12S	10			横込み運搬	75	"	1.0	
		D85A	4			横込み運搬	300	"	0.25	
		D60P	7			敷 均 し	357	"	0.21	
6	キャリアールスクレーパー 250m	D150+17S	9			横込み運搬	84	"	1.0	
		D155A	3			横込み運搬	378	"	0.22	
		D60P	7			敷 均 し	357	"	0.24	
7	キャリアールスクレーパー 300m	D80+12S	10			横込み運搬	60	"	1.0	
		D85A	4			横込み運搬	300	"	0.20	
		D60P	7			敷 均 し	357	"	0.17	
8	カタマシ 350m	CAT637	11			横込み運搬	137	"	1.0	
		D9	1			横込み運搬	480	"	0.29	
		D60P	7			敷 均 し	357	"	0.38	
9	カタマシ 400m	CAT627	12			横込み運搬	93	"	1.0	
		D8 46A	2			横込み運搬	372	"	0.25	
		D60P	7			敷 均 し	357	"	0.26	
10	カタマシ 400m	CAT637	11			横込み運搬	130	"	1.0	
		D9	1			横込み運搬	520	"	0.25	
		D60P	7			敷 均 し	357	"	0.36	
11	カタマシ 500m	CAT637	11			横込み運搬	118	"	1.0	
		D9	1			横込み運搬	530	"	0.22	
		D60P	7			敷 均 し	357	"	0.33	
12	カタマシ 550m	TMS 8	13			横込み運搬	45	"	1.0	
		D7	6			横込み運搬	225	"	0.20	
		D60P	7			敷 均 し	357	"	0.13	
13	カタマシ 650m	CAT627	12			横込み運搬	73	"	1.0	
		D8	2			横込み運搬	365	"	0.20	
		D60P	7			敷 均 し	357	"	0.20	
14	カタマシ 650m	CAT637	11			横込み運搬	103	"	1.0	
		D9	1			横込み運搬	515	"	0.20	
		D60P	7			敷 均 し	357	"	0.29	
15	宅地整形工	D60P	7			敷 均 し	200	m ²	1.0	

c) 資 源

大型ブルドーザやキャリアールスクレーパーなどの重機械だけを考慮対象資源とすることにし，その資源単価成分値を表9-3に示す。表9-3において，固定単価や稼働単価が機械に応じて多少不自然に変動しているのは自己保有機械と賃借機械が混在しており，これらの損料体系が異なるからである。施工機械を賃借する場合には，時間当り損料契約が一般的である。この場合でも，月当りの最低稼働時間数を保証するのが普通なので，賃借料の計算は固定単価の考え方と同じと判断される。そこで，賃借機械の時間当り損料を次のように日当り損料に換算して固定単価として扱う。

$$\begin{aligned}
 \text{賃借機械の日当り損料} &= \text{時間当り損料} \times 1 \text{ 日当り実稼働時間} \times 30 \text{ 日} \\
 &\quad \times \text{月当り稼働日数率} / 30 \text{ 日} \\
 &= \text{時間当り損料} \times 1 \text{ 日当り実稼働時間} \times \text{月当り稼働日数率}
 \end{aligned}$$

表 9 - 3 資 源 単 価 成 分

No.	資源名称 (施工機械) (作業員)	仕 様	固定単価	稼働単価	搬入単価	搬出単価	利用可能 数 量
			Ownership Rate 円/日	Operating Rate 円/時間	Moving-in Rate 円/回	Moving-out Rate 円/回	
1	ブルドーザ	D9	58,000	14,420	248,000	248,000	20
2	"	D8 46A	44,600	11,760	210,000	210,000	20
3	"	D155A	31,800	10,680	210,000	210,000	20
4	"	D85A	39,400	4,600	140,000	140,000	20
5	"	D80A	14,000	6,600	140,000	140,000	20
6	"	D7	39,400	4,220	140,000	140,000	20
7	"	D60P	11,600	5,820	140,000	140,000	20
8	スクレーフドーザ	SR264	55,400	4,600	140,000	140,000	20
9	キャリアオールスクレーバ	D150+17S	34,000	12,080	350,000	350,000	20
10	"	D80+12S	15,600	7,480	280,000	280,000	20
11	モータースクレーバ	CAT637	162,600	11,440	372,000	372,000	20
12	"	CAT627	108,400	8,960	248,000	248,000	20
13	"	TMS 8	21,800	9,240	140,000	140,000	20

このように賃借機械の時間当り損料を固定単価として扱い、6.4 (1)で述べたように資源存置数量 "q" を操作変数として静的最適化計算を行う方が、現実的に妥当な施工段取を得る場合が多い。ただし、表 9 - 3 における資源単価成分の数値は種々の仮定のもとに算定された値であり、現実的には必ずしも妥当ではない。

(3) 作業条件

表 9-4 に作業条件データを示す。

工期単位 $4T = 15$ 日とし、ステージ総数 $N = 46$ (全体工期 $T = 15$ 日 \times 46 ステージ $= 23$ ヶ月) とする。

表 9-4 作 業 条 件

No.	アクティビティ 作業	月 当 り 稼 働 日 数 率 (%)												時間当り 作業能力 単位	作業グループ 最大投入数量	1 日 当 り 稼 働 時 間 hr
		1月	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			
1	伐開除根 I 1A	77.4	51.4	54.5	58.0	59.4	48.7	77.1	73.2	63.0	41.0	70.0	64.3	400	m ²	10
2	" I 1B							(平均)61.4						"	"	10
3	" I 2A													"	"	10
4	" I 2B													"	"	10
5	" II A													"	"	20
6	" II B													"	"	20
7	" III A													"	"	10
8	" III B													"	"	10
9	" IV 1A													"	"	40
10	" IV 1B													"	"	40
11	" IV 2A													"	"	40
12	" IV 2B													"	"	40
13	ブルド 1 50m I 1A													105	m ³	10
14	" I 1B													"	"	10
15	" I 2A													"	"	10
16	" I 2B													"	"	10
17	" II A													"	"	20
18	" II B													"	"	20
19	" III A													"	"	10
20	" III B													"	"	10
21	" IV 1A													"	"	40
22	" IV 1B													"	"	40
23	" IV 2A													"	"	40
24	" IV 2B													"	"	40
25	スクレ 1 100m I 1													81	"	10
26	" II													"	"	20
27	スクレ 1 150m I 2													66	"	10
28	スクレ 1 200m I 1													75	"	10
29	" 250m II													84	"	20
30	" 300m I 2													60	"	10
31	モ 1 350m IV 2													137	"	40
32	" 400m II													93	"	20
33	" 400m IV 1													130	"	40
34	" 500m IV 1													118	"	40
35	" 550m I 2													45	"	10
36	" 650m III													73	"	10
37	" 650m IV 1													103	"	40
38	宅地整形 I 1													200	m ²	10
39	" I 2													"	"	10
40	" II													"	"	20
41	" III													"	"	10
42	" IV 1													"	"	40
43	" IV 2													"	"	40

9.3 数値計算結果

(1) 累積総運搬土量曲線

SOTにより得られた施工段取に基づく月別総運搬土量を図9-3に、累積総運搬土量を図9-4に示す。図9-3、9-4中の点線は経験豊富な技術者が従来の方法により、

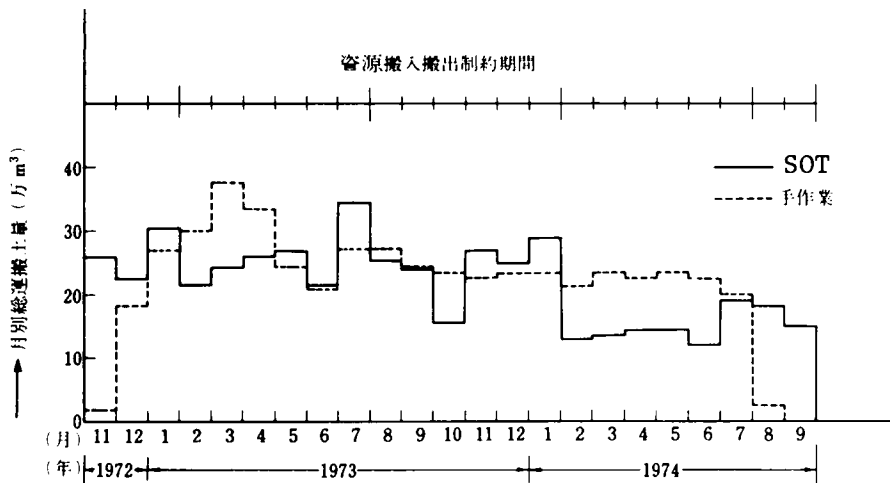


図 9 - 3 月 別 総 運 搬 土 量

手作業で作成した施工段取に基づく結果である。SOTによる結果は、6.2(2)で述べた資源搬入搬出に関する制約を考慮して、図9-3、9-4の上部に示す期間でしか機械の搬入搬出を行わないという制約のもとに得られた結果である。以下では、SOTにより得られた累積総運搬土量曲線について、多少の考察を加える。

a) 工事開始・終了時期における作業能率の低下

図9-4から分かるように、SOTにより得られた累積総運搬土量曲線は手作業による結果とおおむね一致しているが、工事開始および終了時間にはかなり異なる。この相違は図9-3から明らかなように、工事開始や終了時期には準備作業や跡始末作業などの影響で作業能率が低下するため、機械の投入数量を小さくすることを、手作業においては考慮しているにもかかわらず、SOTでは工期全体に対する機械稼働数量の均しを行っているからである。

工事開始・終了時期における作業能率の低下を評価する方法としては、8.2(2)で述べたように作業能率を低く見積るなどいくつかの案が考えられる。ここでは、図9-2におい

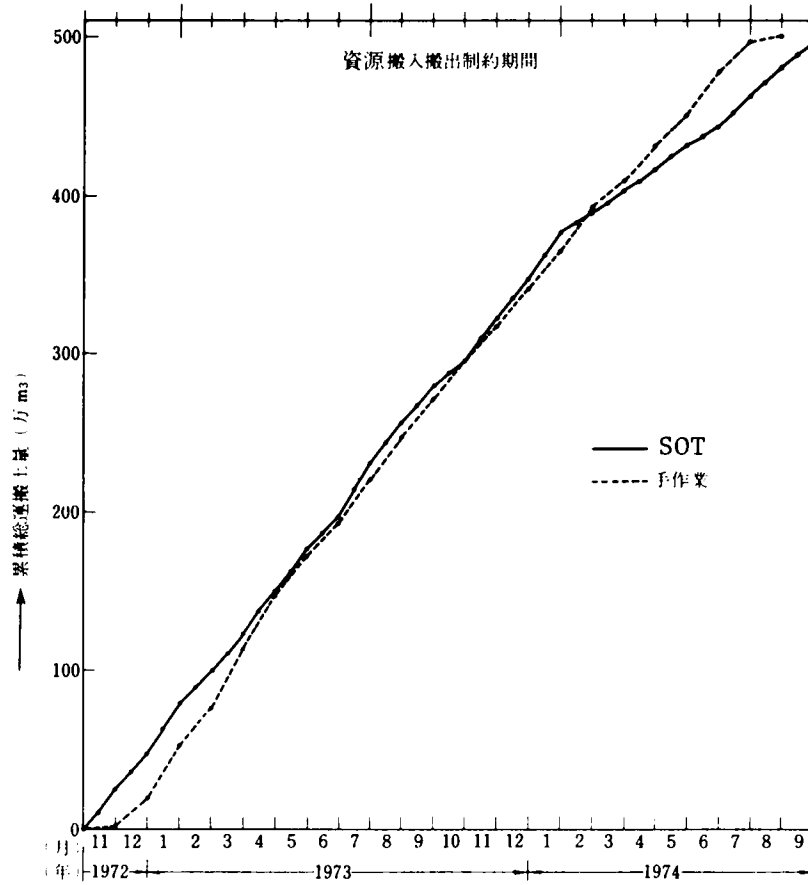


図 9 - 4 累 積 総 運 搬 土 量

て準備作業に相当する伐開除根工 I - 1 A ~ N - 2 A が開始されてから 1 ヶ月以後にしか次のアクティビティが開始できないという制約を与える。また、図 9 - 2 に示す各工区の部分工期の 1 ヶ月以前に (N - 1, N - 2 工区については 2 ヶ月以前に)、宅地整形工を除くすべてのアクティビティが終了するという条件を与える。このような部分工期の制約を与えることにより、作業能率の低下が評価できる。上述の部分工期の制約を与えて SOT を適用した場合の月別総運搬土量を図 9 - 5 に、累積総運搬土量を図 9 - 6 に示す。また、図 9 - 5, 9 - 6 の根拠となる施工段取として、資源存置数量と稼働数量を図 9 - 7 に、作業グループ投入数量を表 9 - 5 に示す。

b) 累積総運搬土量曲線の勾配

図 9 - 6 において、SOT により得られた累積総運搬土量曲線の勾配が 1973 年 8 月 ~ 1974 年 1 月

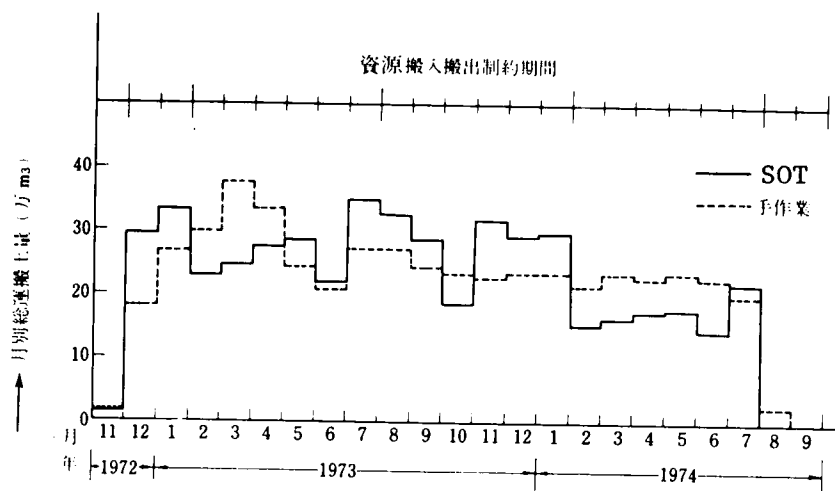


図 9 - 5 月別総運搬土量

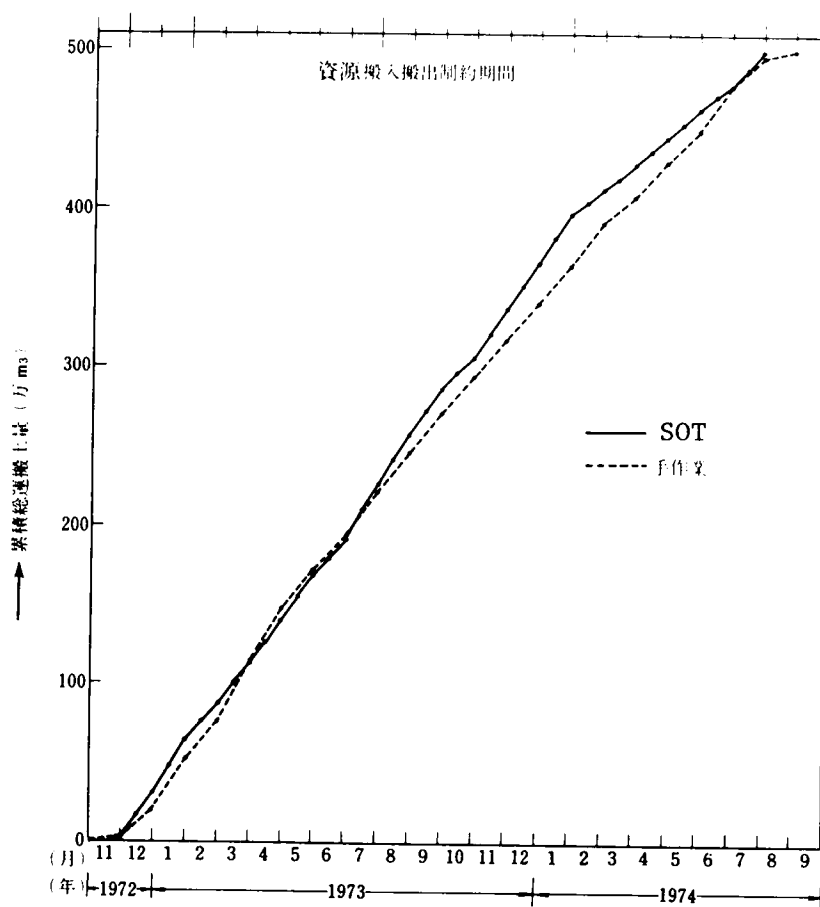


図 9 - 6 累積総運搬土量

に、手作業による結果より立ち上がっている。その理由は、表 9-4 から分かるように、この期間の月当り稼働日数率が次の半年の月当り稼働日数率より平均的に高いためと解釈できる。後述するように、月当り稼働日数率が高い期間に資源を集中して投入する方が経済的だからである。図 9-7 から明らかなように、1973 年 8 月～1974 年 1 月の資源存置数量は次の半年より大きくなっており、したがって図 9-5 に示すように、月別総運搬土量も、この時期に次の半年より大きくなっている。もし、図 9-6 の手作業による累積総運搬土量曲線に近い結果を得ること、すなわち図 9-5 の月別総運搬土量の一層の平準化が望ましい場合には、資源搬入搬出制約期間を 1973 年 8 月～1974 年 7 月 とすればよい。

c) 月当り稼働日数率の影響

図 9-5 において、SOT により得られた月別総運搬土量が、手作業による結果と比べて各月ごとの凹凸が激しいように見受けられる。しかし、図 9-7 から明らかなように、各月の資源稼働数量の均しは実現されているから、図 9-5 の結果は月当り稼働日数率の相違によるものである。たとえば、図 9-5 において月別総運搬土量が落ち込んでいる 6 月や 10 月は、表 9-4 から明らかなように月当り稼働日数率が他の月に比べて相当低く与えられている。むしろ手作業による結果が、月当り稼働日数率の相違を十分に評価していないと考えられる。

(2) 施工段取

適用対象工事の数値計算モデルは、手作業による工程計画作成作業におけるのと、ほぼ同じ条件を考慮して作成されたので、SOT により得られた施工段取は図 9-7、表 9-5 に示すように、手作業による結果とあまり大きな差がない。図 9-7 から明らかなように、手作業による計画においては施工機械の利用方法に多少あいまいな点があるので、SOT による結果と厳密な比較を行うことはできない。以下では、SOT により得られた施工段取について、多少の考察を加える。

a) 資源搬入搬出制約期間

第 1 章で述べた工程計画最適化問題の基本的定式化においては、施工機械や作業員などの資源を各ステージごとに現場に搬入搬出できるとした。搬入搬出費用を小さくするという観点からの、資源稼働数量および存置数量の均しが期待されたからである。第 1～3 章で例にとったような全体工期の短い、簡単な工事については、上述のような均しが実際に行われる。しかし、本章で対象とする工事のように工期が数年間にわたり、資源種類数や

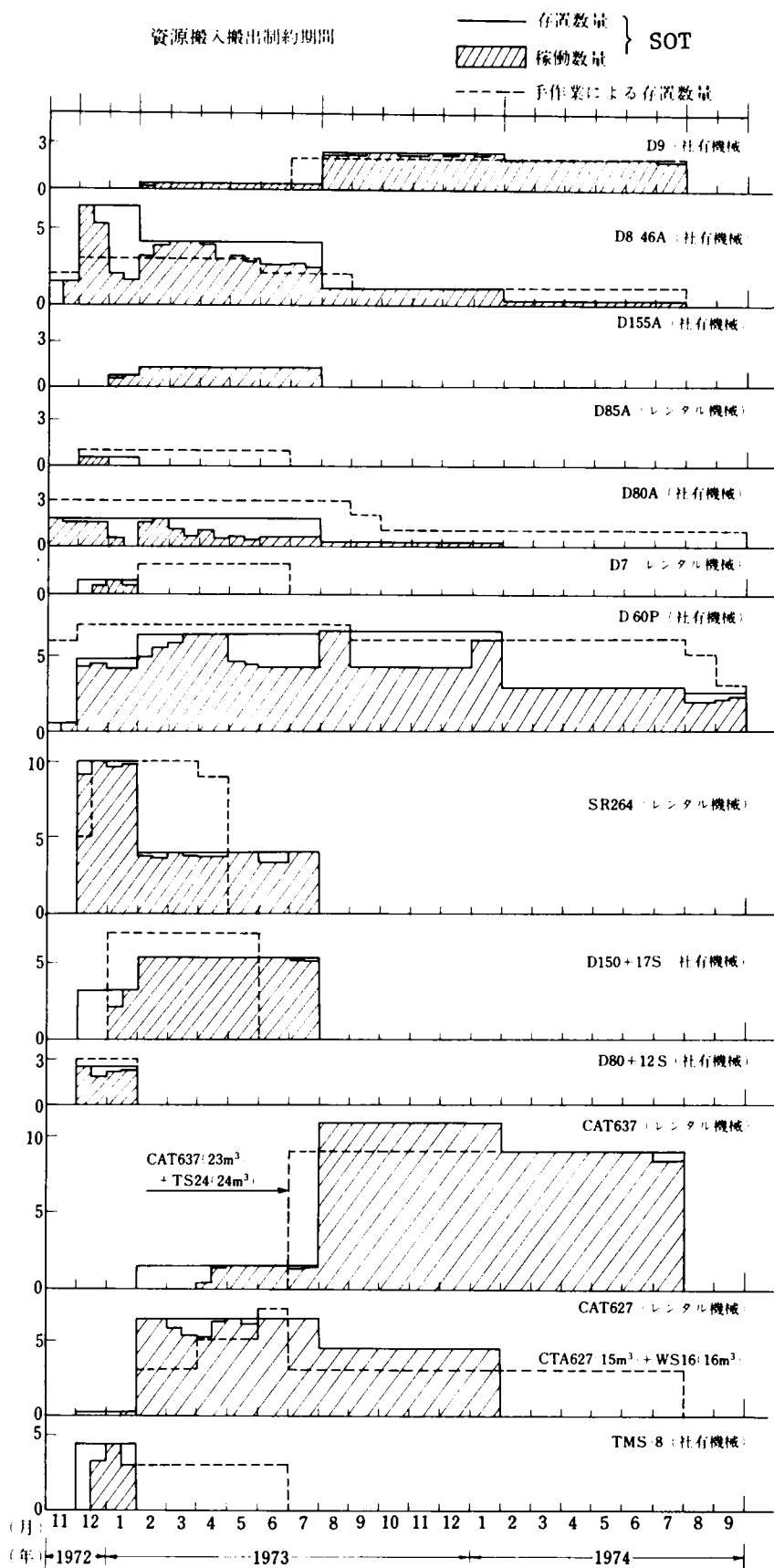


図 9 - 7

資源存置
数量と
稼働数量

投入数量

— 152 —

アクティビティ数が大きい複雑な工事について、資源の搬入搬出を各ステージごとに行うとして SOT を適用すると、各ステージの資源存置数量がかなり変動する。この原因は次のように解釈できる。

表 9-4 から分かるように、月当り稼働日数率は各月ごとにかかなり大きく変化する。稼働日数率の低い月に、資源を多数存置しても固定費用が増加するばかりで出来高が少ないから、経済的にみて不利である。このため、SOT によると稼働日数率の高い月に資源稼働数量や存置数量が集中する傾向がある。資源を現場に存置するための費用は、表 9-3 の固定単価成分に工期単位 $1T$ を乗じた値であり、一般に資源搬入搬出単価よりかなり大きくなる。このため、全体費用を小さくする立場からは資源存置数量の均しを行って搬入搬出費用を小さくするよりも、稼働日数率の低い月の資源存置数量を小さくする方がはるかに有効である。また、本章の適用例では表 9-3 から分かるように、資源単価成分における固定単価の割合が大きいので、6.4(1)で述べたように、資源存置数量 q を操作変数として変数空間での静的最適化計算を行う方法をとっている。この方法によると、6.4(1)で述べたように、資源搬入搬出数量 u を操作変数とする方法に比べて、資源存置数量の均しが行われにくい。

以上の原因から、資源の種類数が多く、工期が数年間にわたる大型工事に SOT を適用し、資源搬入搬出を各ステージごとに行うとすると、各ステージの資源存置数量がかなり変動するようである。

実際の工事においては、半月や 1 ヶ月程度で施工機械の搬入搬出を行うことはまれであるから、各ステージごとに資源存置数量が大きく変動する施工段取は現実的な意味が少ない。経済的には多少不利であっても、月当り稼働日数率の高低にかかわらず資源存置数量の均しを行った工程計画の方が現実的といえるようである。このような工程計画を得る方法としては、資源搬入搬出単価成分を高めに与えることも考えられるが、一般的に妥当な基準を決めることが困難である。そこで、より直接的な方法として、資源搬入搬出をある期間ごとにしか行わないという制約を与える。この制約は 6.2(2)で述べた方法で簡単に満たすことができる。本章の数値計算結果から明らかなように、適当な資源搬入搬出制約期間を設定することにより、資源存置数量と稼働数量の均しが実現され、現実的な施工段取が得られる。なお、資源搬入搬出制約期間の与え方については 9.4(3)で述べる。

b) 資源単価と資源稼働数量の均し

図 9-7 から明らかなように、モータレスクレーバ CAT 637, CAT 627, ブルドーザ D9 などの大型機械ほど稼働数量の均しが行われている。大型機械ほど資源単価成分が高いため、できるだけ稼働数量や搬入搬出量を少なくした方が経済的に有利であるから、SOT によりこのよう

な結果が得られたと解釈できる。高価な機械ほど遊休数量が少なくなるという結果は、技術者の経験的な判断に基づく方針と一致するはずである。従来の手作業による工程計画・管理手法においては、高価な機械と安価な機械に対する稼働数量の均しのバランスが正確には把握されなかった。SOTによると、全体費用を最小にするという観点から、費用による重みづけに従って資源稼働数量の均しが実現される。

表9-3について前述したように、表9-3の資源には自己保有機械と賃借機械が混在しているため、資源単価成分の数値が大型機械と小型機械について必ずしもバランスがとれていない。このため、図9-7において、大型機械であるにもかかわらず稼働数量の均しが十分に実現されていない場合もある。したがって、SOTを適用するための資源単価成分を与える際には、損料体系などを同一のものとして、資源単価成分により各資源の重みづけに関する評価を統一する必要がある。

一方、図9-7におけるブルドーザD60Pのように、稼働数量がある時期に集中し、均しが行われられない場合がある。1973年8月と1974年1月に突き出しているD60Pの稼働数量は、表9-5から分かるように宅地整形工に投入される数量である。宅地整形工が単価の安いD60Pだけで遂行されるため、費用の点からみて宅地整形工が工事全体において占める割合は小さい。したがって、D60Pの稼働数量の均しよりも、他の高価な機械稼働数量の均しが優先されたと解釈できる。実際の工事においては、図9-2に示すように掘削・運搬作業のすべてが終了してから宅地整形工を行うのではなく、掘削・運搬作業の何割かが終了した後、逐次宅地整形工が行われる。この宅地整形工のように多少特殊な作業については、上述のような条件を何らかの形で定式化して与えたいうえでSOTを適用するか、あるいはSOTの適用対象から外し、SOTにより得られた結果に対して宅地整形工についての計画を付加するなどの操作が必要である。

c) 資源の設定について

本章の数値計算モデルにおいては、手作業による結果との比較を行いやすいように、手作業による計画にはほぼ忠実に従って投入機械の種類を決めている。たとえば図9-7におけるブルドーザD85A、D80A、D7などは同じクラスの機械であるが、手作業による計画に従って別々の資源として扱っている。ブッシャー用ブルドーザなどは複数の作業で共用することが一般に困難であるから、上述のように別々の資源として扱う方が、資源の投入と操作を明確に把握するうえで好都合である。しかし、多数の作業で利用される種々の資源を、それぞれの作業に効率よく配分するというSOTの特徴を活用するという点からは、上述のように同じクラスの機械を別々の資源として扱うことがよい結果をもたらさない。数値計算量や精度の点からみても、資源の総種類数を多くすることは不利である。

キャリオールスクレーパ工や、モータスクレーパ工についても、図 9-7 に示すように大型機械と小型機械を区別し、別々の資源として扱って S O T を適用するよりも、たとえば大型機械の 1 種類だけで代表させて、S O T を適用する方が有効である。同一機種の利用可能数量に限度があるとか、工事施工の初期段階には小型機械しか投入できないなどの現実的な問題は、上述のようにして得られた概略的な工程計画に対する適当な修正を加えることにより解決できるであろう。たとえば大型機械 1 台を時間当り作業能力で換算して、小型機械の数台に置き換えるなどの方法が考えられる。これらの問題は、工程計画や見積り作業における S O T の有効な適用段階に関する検討と併せて考慮する必要がある。

d) 作業グループ投入数量

S O T により得られる作業グループ投入数量は、表 9-5 に示したように実数解で表わされる。著者は表 9-5 に基づいて表 9-6 に示すような整数解で表わされる作業工程計画表を作成した。表 9-5 中の点線は図 9-5, 9-6, 9-7 と同じく、経験豊富な技術者が手作業により作成した作業工程計画表である。

作業工程計画表は必ずしも表 9-6 に示すように、整数の作業グループ投入数量だけで表わされる必要はなく、資源を共用して並行して遂行されるアクティビティについては実数解であっても差し支えない。

表 9-5 と表 9-6 を比較して明らかなように、アクティビティを図 9-2 に示すように詳細に設定することが、数値計算上の精度からみて必ずしも妥当ではない。S O T を適用する立場からは、ある程度大まかにアクティビティを設定しておき、表 9-6 に示すような最終的な工程計画表を作成する際に詳細点に対する配慮を加える方法が有利と考えられる。

9.4 数値計算モデルの改善

(1) 序

表 9-1 ~ 9-4 に示した数値計算モデルにおいては、手作業による計画との比較を意図して、アクティビティや資源が手作業による結果に忠実に設定された。この結果、前節で述べたように、S O T を適用する立場からみて有利でない点も多数存在する。ここでは、前節で得られた結果を参考にして数値計算モデルの改善を行い、S O T のより有効な利用方法を検討する。

表 9-6

作業工程計画表

(作業グループ

投入数量)

工区 No.	作業名称	1972												1973												1974												
		11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
I 1	代開除根 I 1A	1																																				
2	B		1																																			
13	スクリュー 50m I 1A	2																																				
14	B		2	2	2																																	
25	スクリュー 100m I 1		5	5	5	2																																
28	スクリュー 200m I 1		1	2	2	2																																
38	七地帯 I 1			1	1	1	1																															
I 2	代開除根 I 2A	1																																				
4	B		1																																			
15	スクリュー 50m I 2A		1	1																																		
16	B		1	2	1																																	
27	スクリュー 150m I 2		5	5	5	4	2																															
30	スクリュー 300m I 2		2	1																																		
35	スクリュー 500m I 2		4	4	3																																	
39	七地帯 I 2			1	1	1	1																															
II 5	代開除根 II 5A			1	1																																	
6	B			1																																		
17	スクリュー 50m II 5A			1																																		
18	B			2	2	2																																
26	スクリュー 100m II			2	4	4	4	4	4	4	4																											
29	スクリュー 250m II			2	3	6	6	6	6	6	6	3	3																									
32	スクリュー 400m II			6	6	6	6	4	4	3	3	3																										
40	七地帯 II					1	1	1	1	1	1	1																										
III 7	代開除根 III 7A			2	1																																	
8	B			1	1																																	
19	スクリュー 50m III 7A			1	1																																	
20	B			2	3	3	1																															
36	スクリュー 650m III			2	2	3	3	5	5	5	5	5	5	5																								
41	七地帯 III					1	1	1	1	1	1	1																										
IV 9	代開除根 IV 9A			1	1																																	
10	B					1	1																															
21	スクリュー 50m IV 9A					1																																
22	B					2	2	1	1																													
33	スクリュー 400m IV 9					1																																
34	500m IV 9																																					
37	650m IV 9																																					
42	七地帯 IV 9																																					
N 2	代開除根 N 2A					1	1	1	1																													
12	B					1																																
23	スクリュー 50m N 2A					1	1																															
24	B					1	1	1	1	1	1	1																										
31	スクリュー 350m N 2																																					
43	七地帯 N 2																																					

(2) 改善された数値計算モデル

a) オペレーションとアクティビティ

図 9-2 を簡略化したアクティビティの順序関係を図 9-8 に示す。図 9-8 中の宅地整形工は 9.3 (2) b) で述べた理由により，最適化計算の対象から外す。

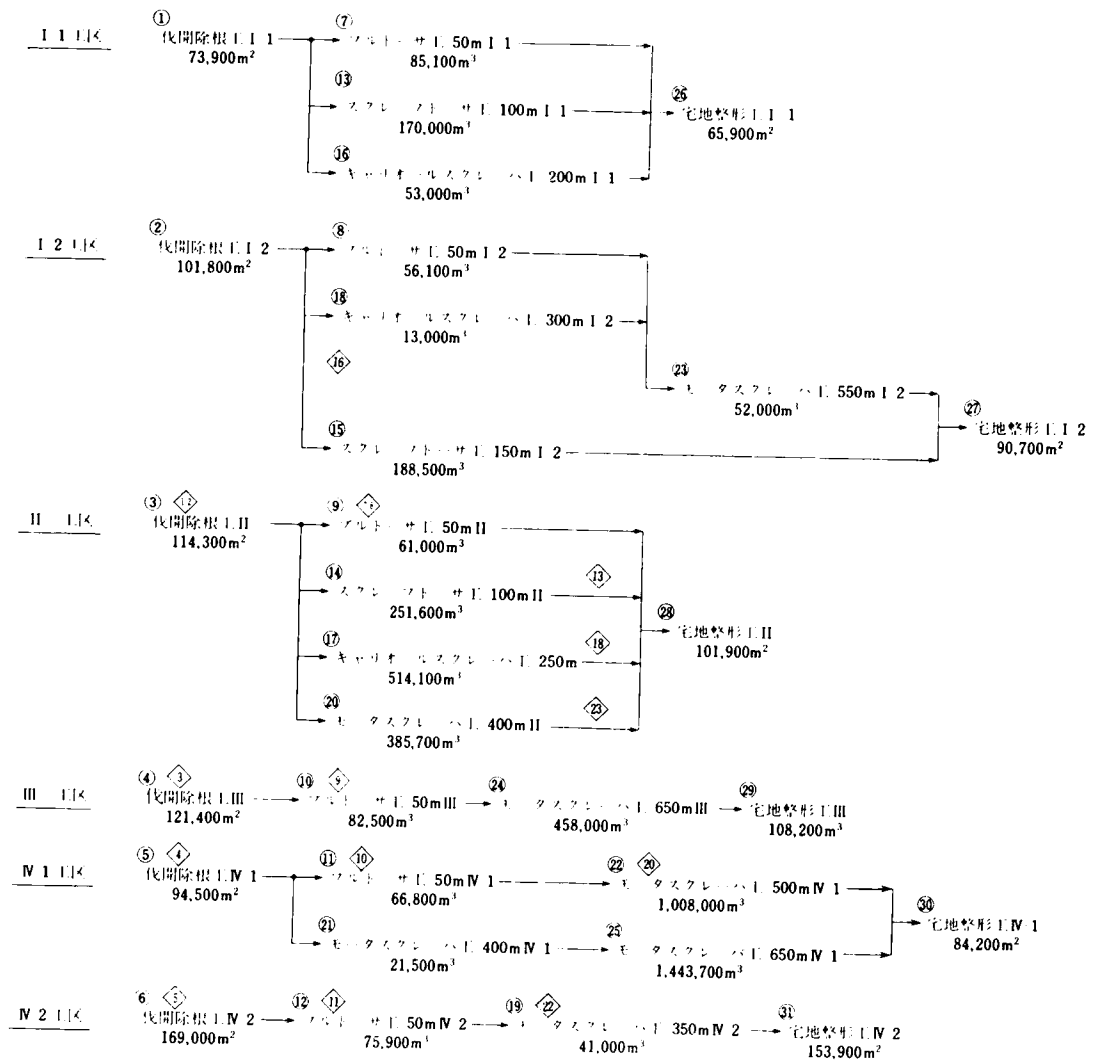


図 9-8 アクティビティ順序関係

b) 資 源

9.3(2)c)で述べた理由から表9-3に示した資源を表9-7に示す資源にまとめる。また、9.3(2)b)で述べたことを考慮して資源単価成分のバランスを図るため、機械をすべて賃借機械として扱い、同一の損料体系に基づく資源単価成分を与える。

表 9 - 7 資 源 単 価 成 分

No.	Resource Name	Ownership Rate	Operating Rate	Moving-in Rate	Moving-out Rate	Maximum Available
1	Bulldozer D9	98,600	7,820	248,000	248,000	50
2	" D8	78,200	6,320	210,000	210,000	50
3	" D7	39,400	4,220	140,000	140,000	50
4	" D60P	22,000	4,660	140,000	140,000	50
5	Scrape Dozer SR264	55,400	4,600	140,000	140,000	50
6	Carry-all Scraper D150+17S	62,000	7,520	350,000	350,000	50
7	Motor Scraper CAT637	162,600	11,440	372,000	372,000	50

c) その他

作業グループ、資源グループの構成や、作業条件は表9-2，9-4から類推されると判断されるので省略する。ただし、表9-7からも明らかなように、キャリオールスクレーパー工は D150+17S により、モータスクレーパー工は CAT637 によりすべてのアクティビティが遂行されると考える。(9.3(2)c)参照)

(3) 数値計算結果

a) 改善点

図9-8，表9-7に示すように修正した数値計算モデルについて最適化計算を行った結果を図9-9，9-10に示す。これらの結果は、各図の上部に示す資源搬入搬出期間の制約のもとに得られた結果である。図9-9，9-10から明らかなように、9.3(2)で述べた問題点は、以下に述べるように、ほぼ解決されていると判断される。

i) 施工機械が同クラスの機械で代表して表わされたから、資源総種類数が削減された。この結果、SOTの基本的特色であるアクティビティに対する資源の有効配分という意義が大きくなり、また数値計算量も削減された。

ii) 資源単価成分をバランスのとれた値に調整したから、高価な大型機械ほど稼働数量の均しを行って、遊休数量を減少させるという操作が、機種に応じてバランスのとれたものとなった。

資源搬入搬出制約期間

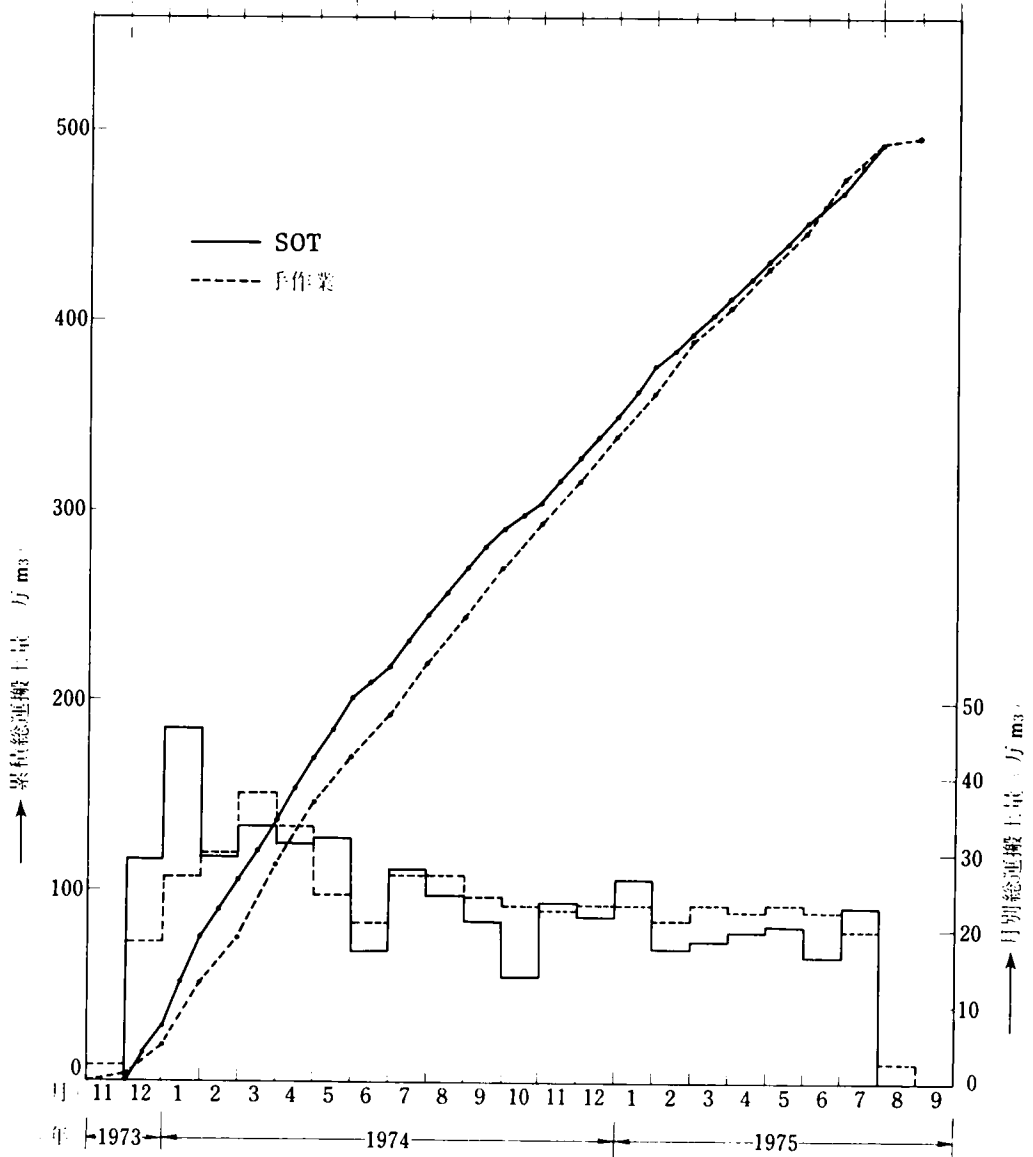


図 9 - 9 月別総運搬土量と累積総運搬土量

Ⅲ) 宅地整形工のような特殊なアクティビティを省略したり，詳細すぎるアクティビティを適当にまとめるなど，アクティビティ順序関係の簡略化が図られたから，収束計算が円滑になり，かつ数値計算量が削減された。

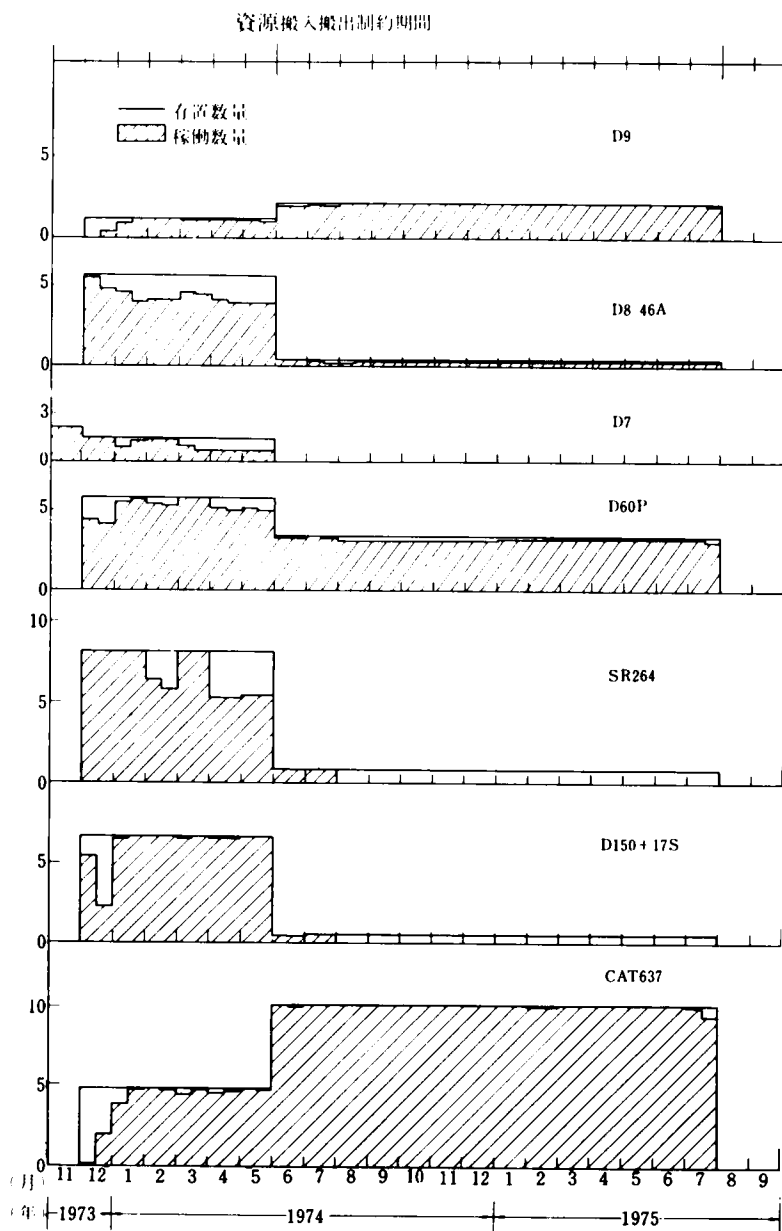


図 9 - 10 資源存置数量と稼働数量

b) 資源搬入搬出制約期間の与え方

適当な資源搬入搬出期間の制約を与えることは、9.3(2)a) で述べたように、現実的な施工段取を得るために必要な操作である。搬入搬出制約期間の長さをどのように決定するかは、得られる施工段取に大きな影響を及ぼす重要な問題である。

一般に、工事開始時期および終了時期には種々のアクティビティについて部分工期の制約が与えられるから、資源搬入搬出制約期間も部分工期の制約に従って適当に設定されるべきであろう。

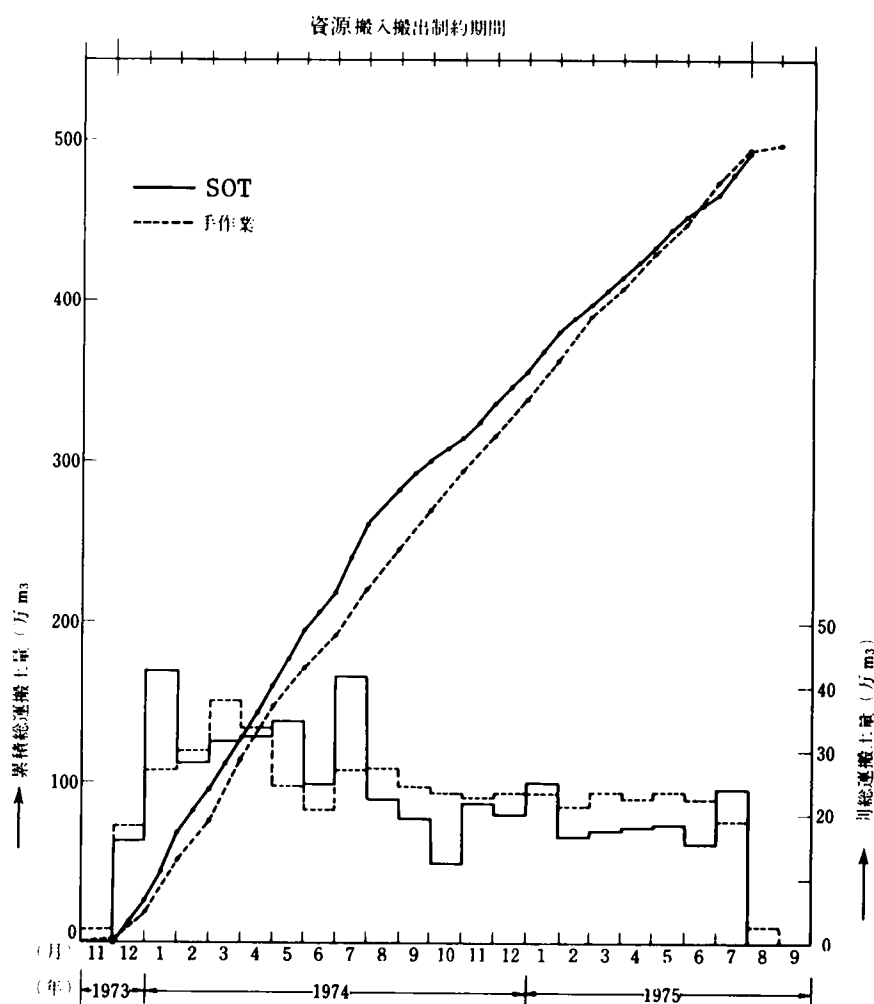


図 9 - 11 月別総運搬土量と累積総運搬土量

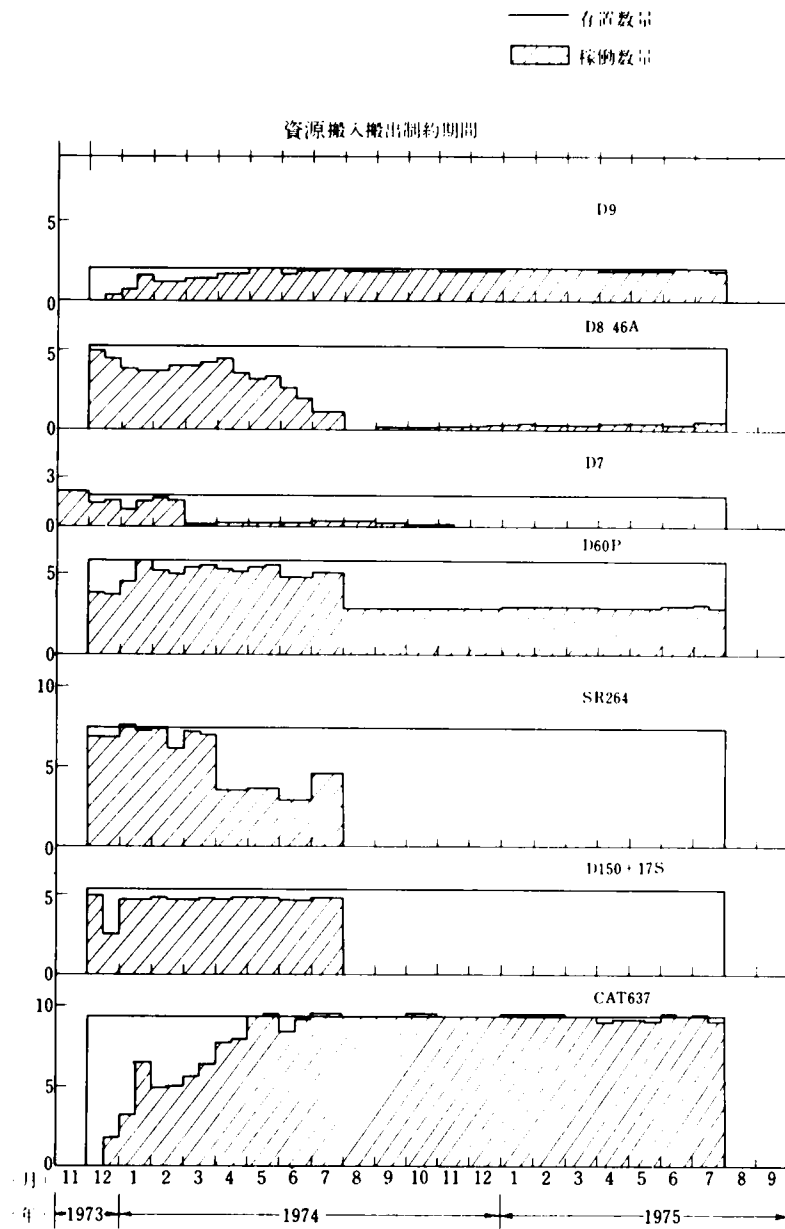


図 9 - 12 資源存置数量と稼働数量

工期全体に関する資源搬入搬出制約期間の与え方については次のような結果が得られている。図 9 - 11 , 9 - 12 は図 9 - 8 , 表 9 - 7 に示した数値計算モデルに対して , 図 9 - 11 , 9 - 12 の上部に示す資源搬入搬出期間の制約を与えて S.O.T を適用した結果である。つまり , 工事開始および終了時期を除き , 全工期を通じて資源の搬入搬出を行わないという条件を与えたことになる。図 9 - 10 と図 9 - 12 を比較して分かるように , 資

源搬入搬出制約期間を長くするほど資源稼働数量の均しが実現される。これは式(6-3)、(6-6)から推察されるように、搬入搬出制約期間が長くなるほど、資源存置数量の増加に伴う固定費用の増加割合が大きくなるから、稼働数量を均して、存置数量をできるだけ低く押えようとする操作が有効に働いた結果と考えられる。

c) 別のモデルによる検討

本章で対象とする工事は、図9-2に示すような比較的厳しい部分工期の制約を含む。また表9-5から分かるように、工程の後半段階ではモータスクレーバ作業だけが遂行されるという特殊な性格をもつ。モータスクレーバ CAT637 が高価であることと、部分工期の制約のために、工程前半での資源稼働数量の均しが必要でも十分ではなく、資源搬入搬出制約期間の長さの影響が把握しにくい。そこで、数値計算モデルの詳細な説明は省略するが、本章の対象工事とは別の宅地造成工事について同様の検討を行った結果を以下に述べる。

この工事は総運搬土量が約550万 m^3 の大土工事であり約110個のアクティビティにより表わされる。図9-13、9-14および図9-15、9-16に、それぞれ図中に示す資源搬入搬出制約期間を与えてSOTを適用した結果を示す。図9-14と図9-16を比べると、搬入搬出制約期間を長くした方が資源稼働数量の均しが実現されやすいことが明らかである。図9-14の場合は、1976年6月～9月の月当り稼働日数率が平均して低いために、この期間の資源存置数量を極端に低くする操作が働いたと解釈できる。この工事のように、きわめて大規模な工事になると、必要な施工機械などを実際に調達することが困難になるため、機械投入数量の最大値をできるだけ低く押えることが重要な課題となる。この観点からは、図9-16の場合の方が有利な計画といえる。

以上のことから、資源搬入搬出制約期間はできるだけ長くとる方が現実的に妥当な施工段取が得られると結論できるようである。ただし、図9-13から推察されるように、工事終了時期に適当な長さの搬入搬出制約期間をとることにより月別総運搬土量をわざと低くすることも可能であろう。このように、資源搬入搬出制約期間の与え方により、ある程度意識的に累積総運搬土量曲線の形を操作しうる可能性がある。なお、図9-12、9-14、9-16などにおいて、資源存置数量として最適化計算の結果そのものをとる必要はなく、稼働数量を考慮した適当な修正が加えられるべきであることはもちろんである。

資源搬入搬出制約期間

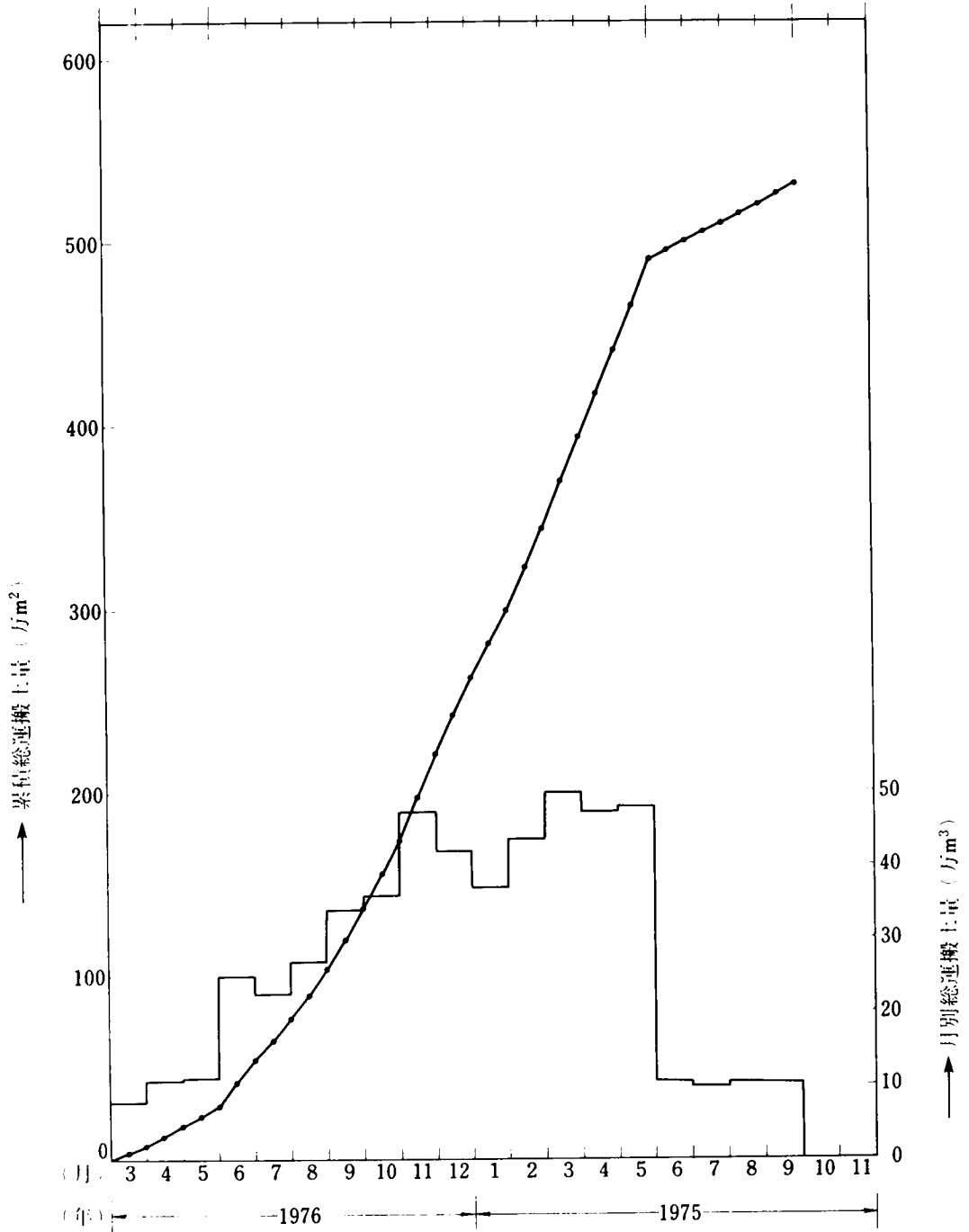


図 9 -- 13 月別総運搬土量と累積総運搬土量

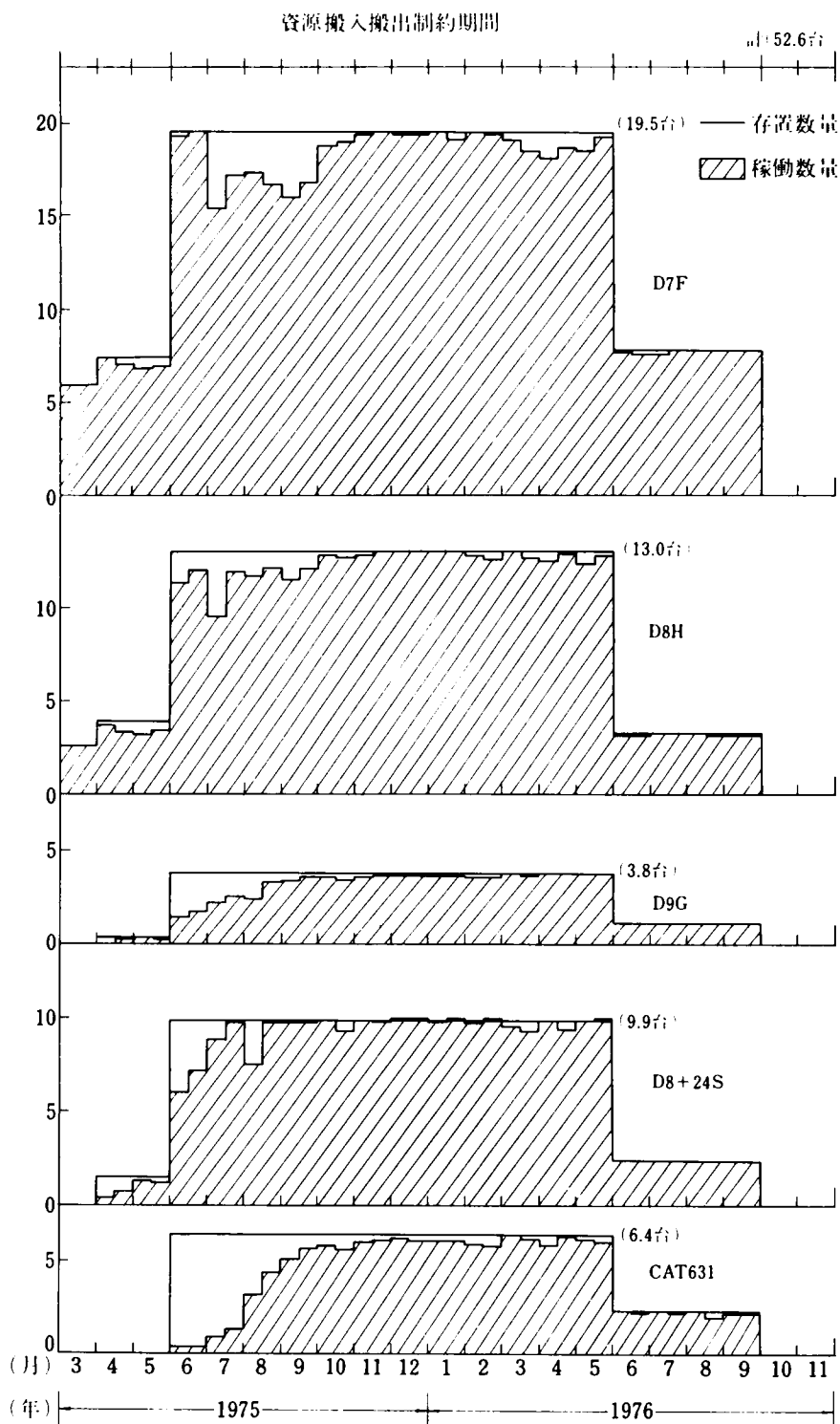


図 9 - 14 資源存置数量と稼働数量

資源搬入搬出制約期間

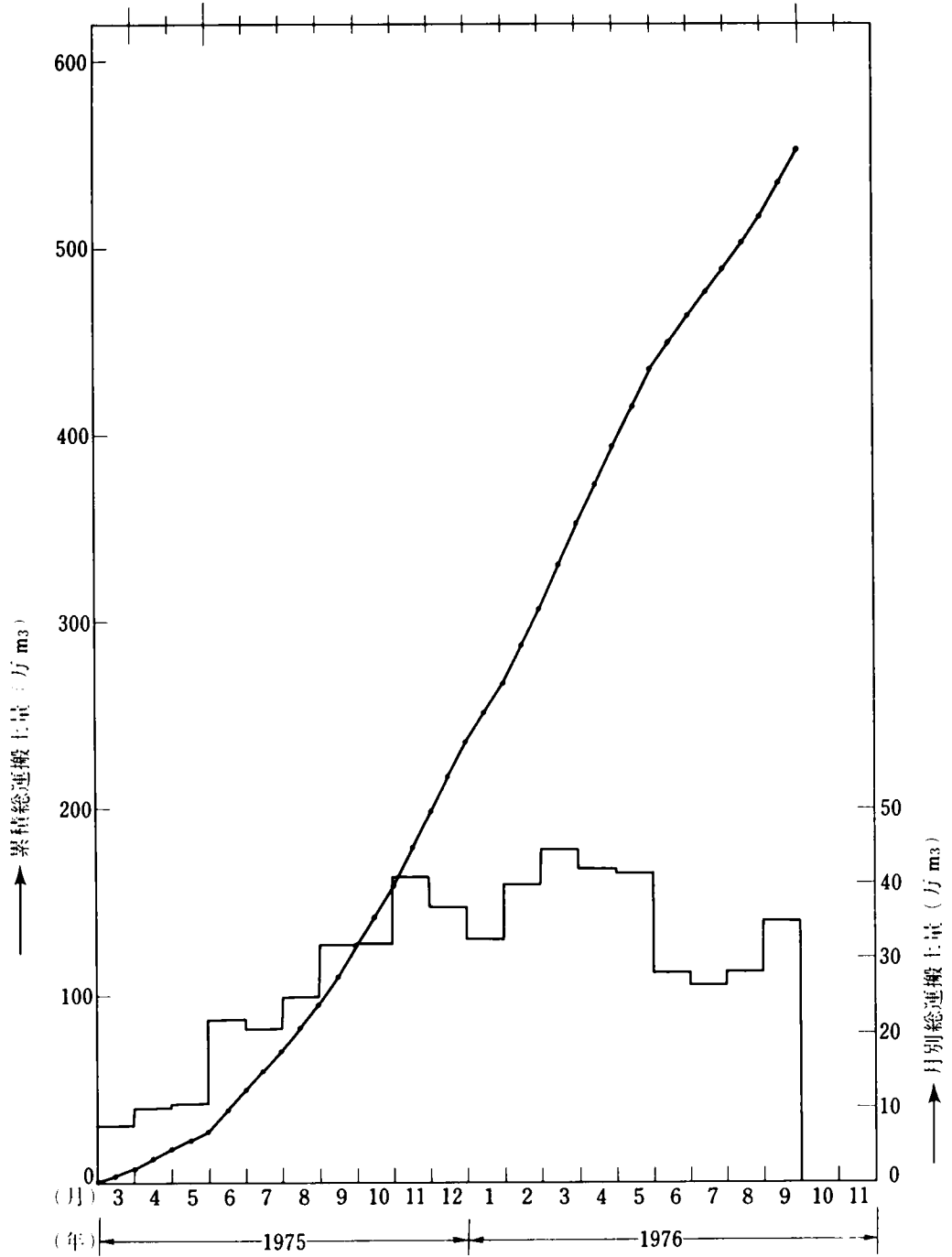


図 9 - 15 月別総運搬土量と累積総運搬土量

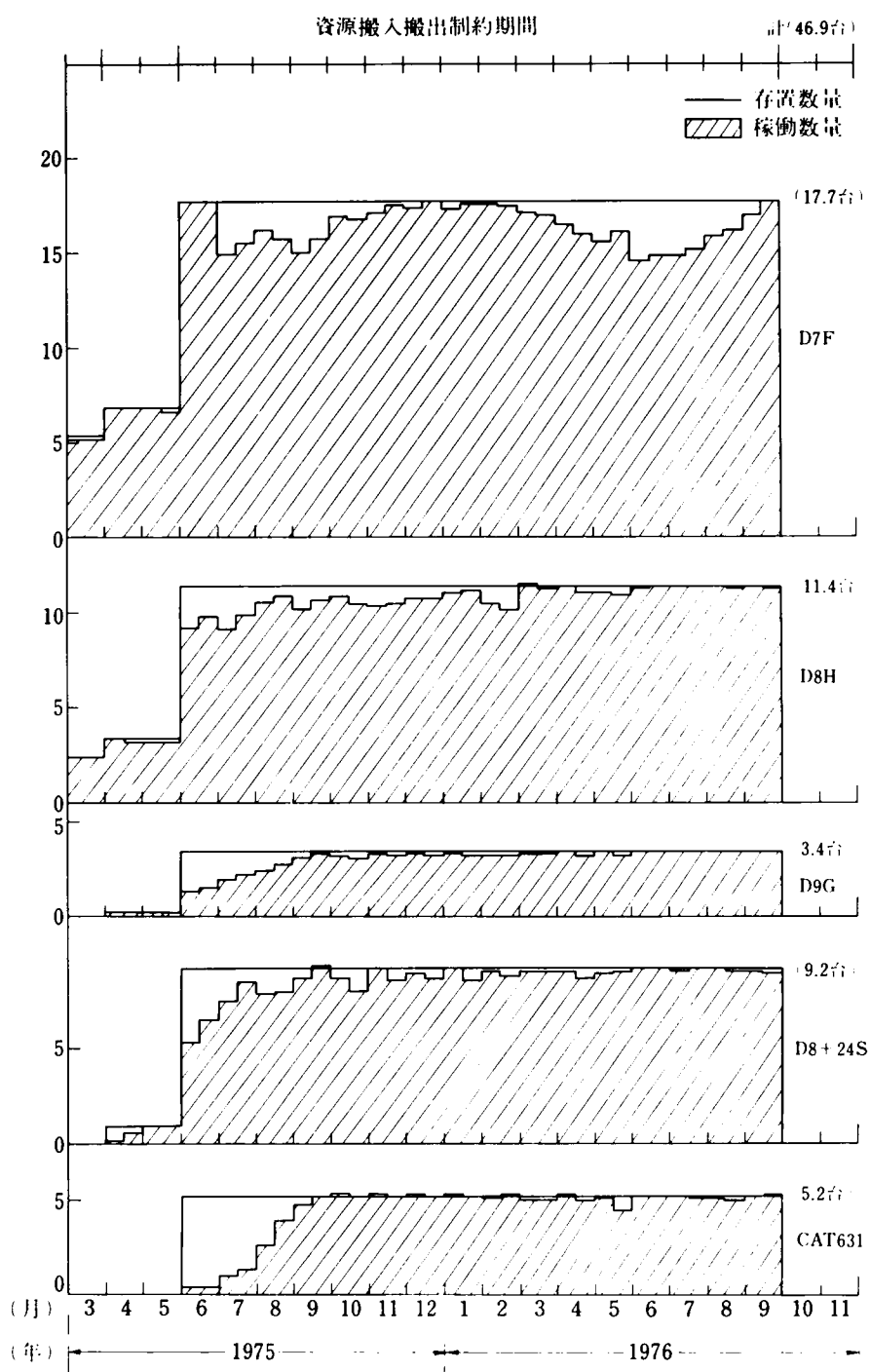


図 9 - 16 資源存置数量と稼働数量

9.5 結論と考察

本章で適用対象としたような大規模な宅地造成工事についても，SOTを適用することにより妥当な解（工程計画）が得られることを示した。条件を適当に変えた種々の比較計算を行うことにより，次のような結果が得られた。

(1) 工事開始および終了時期における作業能率の低下を評価するためには，アクティビティに対する適当な部分工期の制約を与える方法が有効である。

(2) 工期が数年間にわたる大型工事については，月当り稼働日数率の高い月に資源稼働数量が集中する傾向がある。このように現実的に好ましくない現象を避けるためには，適当な資源搬入搬出期間の制約を与える方法が有効である。この方法により，資源稼働数量を均した施工段取の方が現実的に妥当な計画といえるようである。また，資源搬入搬出制約期間の与え方に関する指針を具体例により示した。

(3) 実際の工事では，自己保有機械や賃借機械などのように損料体系の異なる機械が混在する場合が多い。SOTにおいては，費用の評価に基づいて資源稼働数量の均しなどが行われるから，機械の損料体系を統一するなどの工夫により，資源の重要度と資源単価成分の数値をバランスのとれたものにする必要がある。

(4) 実際の工事においては，同一機種を多数調達することが困難な場合が多いため，同じクラスの機械であっても別々の資源として扱われる。SOTの基本的特色である，アクティビティに対する資源の効率的配分という利点を活用するためには，同じクラスの機械を1種類の機械で代表させるなどの工夫により，資源総種類数を削減する方がよい結果を得るようである。

(5) アクティビティをあまり詳細に設定しても，数値計算精度の限界などにより，必ずしもよい結果が得られない。ある程度大まかに数値計算モデルを設定して最適化計算を行い，得られた結果に対して，詳細な点に関する配慮を加えて適当な修正を行う方法が現実的といえる。

以上の検討の結果，SOTを実際の業務で有効に活用するための一般的な指針が明らかになった。

結 論

本論文では、工程計画最適化手法(Scheduling Optimization Technique ; SOT)と称する新しい工程計画・管理手法を提案し、その実用性を明らかにした。SOTは、与えられた工法や工期のもとで最も経済的な施工段取(工程上における施工機械や作業員などの操作方法)に裏づけられた工程計画案を選定する手法である。また同時に、与えられた条件のもとで最も経済的な施工段取に裏づけられた工法－工期－工事全体費用の関係を求めることにより、最適性の定量的評価に基づく施工計画や管理の意思決定を行うことを提案した。この論文で得られた結果を改めて要約すると以下の通りである。

第I編では、SOTの内容に関する詳細な説明を行った。

第1章では、工程計画最適化問題を施工段取に関する費用最小化問題として数学的に定式化した。定式化の準備として、オペレーション・アクティビティ(作業)、資源(施工機械や作業員など)、作業グループ・資源グループ(資源の組合わせ方法)の概念や、作業条件や出来高など工程計画における種々の要素を明確に定義した。これらの定義を通じて、工程計画における意思決定問題の特徴が明らかにされた。この準備に基づいて、工程計画に関する多面的な意思決定問題が、資源利用可能数量や作業順序関係などの種々の制約を満たしたうえで工事全体費用を最小にする施工段取を決定する最適化問題(多段決定過程)として統一的に、かつ現実に近い形で定式化されることを示した。また、費用の評価に基づく工程計画案選定(動的見積り)の可能性が示されたことから、工程計画と見積り作業を有機的に結びつけうることを明らかにした。

第2章では、第1章で定式化された工程計画最適化問題の数値解析を行い、最適制御理論におけるこう配法の適用により、現実的に妥当な数値解が得られることを示した。工程計画最適化問題は状態変数に関する制約条件式を含むため、数値解を得るのは比較的困難な問題である。ここでは種々の最適化手法の適用可能性を検討し、制約条件式をSUMT・外点法で処理してこう配法を適用することにより、工程計画最適化問題の妥当な数値解が得られることを明らかにした。この結果、費用の評価に基づく工程計画案の選定(動的見積り)が実際に可能であることが示された。

第3章では、共役こう配法を用いた数値解析を行い、工程計画最適化問題の数値計算上の特性を明らかにした。工程計画最適化問題が資源搬入搬出数量と作業グループ投入数量という2種類の決定変数と、作業順序関係の制約を表わす特異な制約条件式を含むことが収束計算を不安定にしている。この問題に対処するには、SUMT・外点法を利用して、ペナルティ係数値を調整する方法が現段階では最も有効であることを示した。また、共役

こう配法の利用により，大規模な建設工事に対しても現実的に妥当な範囲の計算量で，工程計画最適化問題の数値解が得られることを示した。第1章から第3章までの検討を通じて，工程計画最適化手法（SOT）と称する新たな工程計画手法が得られた。

第4章では，工程計画や管理の全体的最適化を現実的に意味あるものにする準備の1つとして，比較的推定困難な組合わせ機械の作業能力把握に関する基礎的な検討を行った。組合わせ機械の作業を待合せモデルとして表現するとともに，一般的な待合せ問題に対する近似解法を開発した。

第5章では，実際の工程上における不確定条件を考慮して，工程管理の明確な意義づけを行った。最適制御の考え方に基づいて，工程管理最適化問題が，適応制御過程における最適制御方策を求める問題として，第1章の工程計画最適化問題と対応的に定式化されることを示した。この問題の厳密解を得ることは現段階では困難である。そこで，1つの現実的方法として，工程上の各時点までの施工経験に基づき，SOTを用いて各時点以後の工程計画最適化をやり直すという工程管理方式を提案し，その理論的妥当性や実現可能性を詳細に検討した。

第Ⅱ編では，第Ⅰ編で提案されたSOTを実際の工事に応用する方法および応用した結果を報告した。

第6章では，SOTを実際の建設工事に適用する際に生じる種々の現実的な問題と，その解決方法を述べた。工程計画最適化問題の定式化に関する現実的問題として，資源搬入搬出の期間が制約される場合や，作業ごとに部分工期の制約が存在する場合などの解決方法を示した。工事のモデル化に関する問題として，現実的な制約を考慮したオペレーション・アクティビティ，作業グループなどの要素の設定方針を示した。数値計算に関する問題として，資源単価成分の構成と収束効率の関係や，スケールリングなどによる数値計算量の削減方法を示した。これらの検討を通じて，SOTが実際の工事で生じる種々の現実的な制約を客観的に，現実に近い形で考慮できることを明らかにした。

第7章では，SOTを実際の業務で活用するために，電子計算機の利用を中心とするシステム設計の方針を述べた。SOTを適用するためのデータ整理方法や，SOTにより提供される施工段取に基づく種々の工程計画表や見積書の具体例を示した。

第8章では，SOTを大規模なロックフィルダム工事に適用し，実際の工事で生じる種々の制約条件を現実に近い形で考慮した妥当な重機工程計画が得られることを示した。SOTを適用するためのデータ作成時間や電子計算機利用時間は，大規模な建設工事についても現実的に妥当な範囲内にあり，SOTを実際の業務で手軽に利用できることを明らかにした。また，SOTを適用する際の制約条件の与え方（たとえば各作業に対する部分工期の与え方）と，SOTの有効な利用方法の関連を示した。

第9章では、SOTを大型宅地造成工事における重機工程計画に適用した結果を述べた。最適化計算の条件を変えた種々の比較計算を行うことにより、SOTを実際の工事で有効に利用するための指針を明らかにした。たとえば、i) 工事開始・終了時期における作業能率の低下を評価する方法、ii) 工期が数年間にわたる大型工事について、適当な資源搬入搬出期間の制約を与えて資源稼働数量の均しを行う方法、iii) 資源および資源単価の現実的な設定方法、iv) アクティビティ設定のレベルを中心とする数値計算モデルの妥当な設定方法、などを示した。以上により、実際の計画・管理業務でSOTを有効に利用できることを明らかにした。

以上の結果は主に機械化土工工事を対象として得られたものである。しかし、SOTは、必要に応じた多少の修正を加えることにより、施工段取が施工計画における重要な要素となる一般的な建設工事に対して有効である。

この論文の目的は、工程計画・管理における多面的な意思決定問題を最適化問題として数学的に表現することにより、施工計画や管理の合理化に関する指針を探ることであった。そのため、定式化された工程計画最適化問題を構成する評価基準、制約条件、決定変数、必要なデータなどが基本的な形で表現されている。この特徴によりSOTを利用する際には、本文中で述べた基本的なデータを準備するだけで、複雑な配慮をほとんど必要とすることなく、その条件のもとで最も経済的な施工段取に裏づけられた工程計画案を自動的に得ることができる。この工程計画案を技術者の経験に基づいて検討したうえで最終的な工程計画を決定するという操作は、従来の方法より容易であると考えられる。このようにして得られた工程計画は合理的かつ客観的な基準に基づいて決定された計画である。

SOTの利点をまとめると以下の通りである。

i) 施工段取に注目することにより、工程計画最適化問題が基本的な要素だけで構成されている。このため、実際の施工現象が比較的忠実に表現されており、SOTの考え方が施工現象の基礎的な表現手段の1つとなる。工程計画最適化問題定式化の方法を通じて、経験ある技術者は定式化の不備な点を批判しやすいであろう。合理化の担当者も、その批判を理解しやすいはずである。このように、実際の施工現象を把握している技術者と、計画・管理合理化の担当者が互いに情報を交換しやすいという利点は、今後の施工計画・管理の合理化に関する研究の進展に寄与すると推察される。この利点こそ、本論文で著者が基本的に意図したことに他ならない。

ii) SOTを適用する際に必要なデータを大別すると、作業数量や作業順序関係などの各建設工事個有のデータと、資源単価や時間当たり作業能力などのように一般的なデータの2種類からなる。これらのデータの大半が基本的な性格をもっている。特に、後者のデータは標準的に準備しておくことが可能であると考えられる。この利点は工程計画・管理作

業の規格化や標準化を促進するために有効であろう。

iii) SOTは、上述のような基本的なデータを与えるだけで、合理的な根拠に基づく工程計画案を迅速に作成する。このため技術者は、与えるべきデータの信頼性や、SOTにより得られた工程計画案の妥当性を検討する作業に重点を置くことができる。この利点は、技術者の単純作業を軽減するのに役立ち、技術者の施工管理経験や判断力を有効に活用するという利点につながる。

iv) SOTを適用する際に必要なデータが基本的な性格をもつこと、SOTが工程計画案を作成する評価基準が合理的なものであることから、SOTにより提供される工程計画案は客観的かつ合理的な根拠に基づいて決定された計画といえる。iii)の利点から、経験ある技術者の判断もとり入れ易いはずである。したがって、SOTの活用が施工計画や管理に関する、より適切な意思決定を可能にし、施工計画や管理内容の質的向上に寄与すると考えられる。

v) SOTにより、費用の評価に基づく工程計画案の選定（動の見積り）が行われる。また、実際の工程上の各時点でSOTを利用する工程管理方式が提案された。したがって、従来は必ずしも密接に結びついていなかった工程計画・見積り・工程管理作業が、SOTを通じて有機的に関連づけられる可能性がある。

以上に述べた利点から、実際の業務におけるSOTの有効な利用方法もおのずと明らかであろう。施工計画・管理の比較的初期の段階で、基本的なデータだけを与えてSOTにより迅速に工程計画案を作成し、施工計画や管理業務の担当者に参考資料を提供するという利用方法が現段階では最も有効であろう。工法や工期などの条件を変えてSOTを適用し、各場合の結果を比較する用い方も有効であろう。このように、SOTの有効な利用方法や適用段階については種々の案が考えられ、SOTを今後さらに多くの建設工事に適用したうえで改めて検討する必要がある。

本論文で提案されたSOTが、今後多方面で利用されることにより、建設工事の施工計画や管理に関するさらに多様な問題が工学的に把握され、体系的な施工計画・管理手法が確立されるための契機の1つとなることを期待する。

謝

辞

終りに、本研究を遂行する際に御指導と御助力をいただいた多数の方々に感謝の意を表します。常に御指導と御助力を賜り、かつ本論文を作成する際に終始懇切な御指導をいただいた京都大学工学部土木工学教室 島昭治郎教授と、この研究を見守って下さり、有益な御批判と御助言を賜った同 吉川和広教授、常に御指導と有益な御批判を与えて下さり、著者を励まして下さった同 太田秀樹助教授に深く感謝の意を表します。また数々の御助力と御配慮をいただいた鹿島建設㈱ 多田義雄常務取締役と、研究環境を与えて下さるとともに、常に有益な御批判と御助言をいただいた同電子計算センター 庄子幹雄次長、多大の御助力をいただいた同技術研究所 有泉昌次長に厚く感謝の意を表します。この他、本論文で開発した S O T の開発および実際の工事への適用に際して多大の御助力をいただいた多数の方々に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Antill, T. M., Woodhead, R. W.: Critical Path Methods in Construction Practice, John Wiley (1965)
- 2) Aoki, M.: Optimization of Stochastic Systems, Academic Press (1967)
- 3) 荒井：土工計画合理化に関する基礎的研究，京都大学修士論文 (1970)
- 4) Arai, K.: Optimization of Construction Scheduling, being Contributed to Management Science
- 5) 荒井：不確定条件下における建設工事工程計画管理，土木学会論文報告集，No. 236, pp. 145-154 (1975)
- 6) 荒井：工程計画管理の最適化に関する現実的諸問題，土木学会論文報告集 (投稿中)
- 7) 荒井：宅地造成工事における重機工程計画，鹿島建設技術研究所 (1974)
- 8) 有本：制御原理，共立出版 (1972)
- 9) Astrom, K. J.: Introduction to Stochastic Control Theory, Academic Press (1970)
- 10) Bartlett, M. S. (津村他訳)：確率過程入門－理論と応用，東大出版会 (1968)
- 11) Bartlett, M. S.: The Large Sample Theory of Sequential Tests, Proc. Cambridge Phil. Soc., Vol. 42 (1945)
- 12) Bellman, R.: Dynamic Programming, Princeton University Press (1957)
- 13) Bellman, R. (渡辺訳)：適応制御プロセス，共立出版 (1966)
- 14) Bellman, R., Kalaba, R. (野村訳)：ダイナミックプログラミングと現代制御理論，東京図書 (1972)
- 15) Bennett, F. L.: Critical Path Resource Scheduling Algorithm, Proc. ASCE, J. Construct. Div., Vol. 94, pp. 161-180 (1968)
- 16) Bevrige, G. S. G., Schecher, R. S.: Optimization; Theory and Practice, McGraw-Hill (1970)
- 17) Box, G. E. P., Jenkins, G. M.: Some Statistical Aspects of Adaptive Optimization and Control, J. Roy. Statist. Soc. Ser B, Vol. 24, pp. 297-343 (1962)
- 18) Bryson, A. E., Denham, W. F.: A Steepest-Ascent Method for Solving Optimum Programming Problems, J. Appl. Mech., Vol. 29, pp. 247-257 (1962)
- 19) Bryson, A. E., Denham, W. F. and Dreyfus, S. E.: Optimal Programming Problems with Inequality Constraints I, II, AIAA Journal, Vol. 1, No. 11, pp. 2544-2550 (1963), Vol. 2, No. 1, pp. 25-34 (1964)

- 20) Bryson, A. E., Ho, Y. C.: Applied Optimal Control, Ginn (1969)
- 21) Burkov, V. N.: Application of Optimal Control Theory to the Problems of Resource Distribution, Deterministic Optimal Control, Session 19, Paper 19. C, pp. 6-, Proc. IFAC Cong., London, England, June (1966)
- 22) Butcher, W. S.: Dynamic Programming for Project Cost - Time Curves, Proc. ASCE, J. Construct. Div., Vol. 93, pp. 59-73 (1967)
- 23) Canon, M. D., Cullum, D. and Polak, E.: Theory of Optimal Control and Mathematical Programming, McGraw-Hill (1970)
- 24) Chang, W.: Output Distribution of a Single-Channel Queue, Oper. Res., Vol. 10, pp. 620- (1963)
- 25) Chernoff, H., Moses, L. E. (宮沢訳): 決定理論入門, 紀伊国屋書店 (1960)
- 26) Crway, R. W., Maxwell, W. L. and Miller, L. W. (関根訳): スケジューリングの理論, 日刊工業新聞社 (1971)
- 27) Davis, E. W., Heidorn, G. E.: An Algorithm for Optimal Project Scheduling under Multiple Resource Constraints, Manage. Sci., Vol. 17, No. 12, pp. B803-816 (1971)
- 28) Deatherage, G. E.: Construction Estimating and Job Preplanning, McGraw-Hill (1965)
- 29) Deatherage, G. E.: Construction Scheduling and Control, McGraw-Hill (1965)
- 30) Denn, M. M.: Optimization by Variational Methods, McGraw-Hill (1969)
- 31) Denn, M. M., Aris, R.: Green's Functions and Optimal Systems, I & EC Fundamentals, Vol. 4, No. 1, pp. 7-16, Vol. 4, No. 2, pp. 213-222, Vol. 4, No. 3, pp. 249-257 (1965)
- 32) Denn, M. M., Aris, R.: Second Order Variational Equations and the Strong Maximum Principle, Chem. Eng. Sci., Vol. 20, pp. 373-384 (1965)
- 33) 土木学会: 特集・積算, 土木学会誌, Vol. 55, No. 1, pp. 3-57 (1970)
- 34) 土木学会: 土木工事の積算 (1970)
- 35) Dyer, P., Mcreynolds, S. R.: The Computation and Theory of Optimal Control, Academic Press (1970)
- 36) Eveleigh, V. W.: Adaptive Control and Optimization Technique, McGraw-Hill (1967)
- 37) Fan, L. T. (中谷他訳): 最大原理とその応用, コロナ社 (1968)
- 38) Fan, L. T., Wang, C. S. (高松他訳): 離散型最大原理, コロナ社 (1972)

- 39) Fel'dbaum, A. A. (篠原他訳) : 最適制御理論 (1, 2) , 東京図書 (1972)
- 40) Feller, W. (河田他訳) : 確率論とその応用, 紀伊国屋書店 (1960)
- 41) Fiacco, A. V., McCormick, G. P.: Nonlinear Programming; Sequential Unconstrained Minimization Techniques, John Wiley (1968)
- 42) Fletcher, R., Powell, M. J. D.: A Rapidly Convergent Decent Method for Minimization, Computer J., Vol. 6, pp. 163-168 (1963)
- 43) Fletcher, R., Reeves, C. M.: Function Minimization by Conjugate Gradient, Computer J., Vol. 7, pp. 149-154 (1964)
- 44) Fong, T. S., Leondes, C. T.: Method of Conjugate Gradients for Optimal Control Problems with State Variable Constraint, Advan. Control Syst., Vol. 7, pp. 1-22 (1972)
- 45) 藤井・田口 : 学習のアルゴリズムと制御系, システムと制御, Vol. 16, No. 1, pp. 25-33 (1972)
- 46) Galbreath, R. V.: Computer Program for Leveling Resource Usage, Proc. ASCE, J. Construct. Div., Vol. 91, pp. 107-124 (1965)
- 47) Gelfand, I. M., Fomin, S. V. (関根訳) : 変分法, 総合図書 (1970)
- 48) Greenberg, H.: Integer Programming, Academic Press (1971)
- 49) 呉 : 電力系統の経済運用計算に対する離散系の最大原理の適用, 電気学会雑誌, Vol. 87-4, No. 943, pp. 737-746 (1967)
- 50) Griffis, F. H.: Optimizing Haul Fleet Size Using Queuing Theory, Proc. ASCE, J. Construct. Div., Vol. 94, pp. 75-88 (1968)
- 51) Growston, W., Thompson, G. L.: Decision CPM; A Method for Simultaneous Planning, Scheduling, and Control of Projects, Oper. Res., Vol. 14, pp. 407-426 (1966)
- 52) Hadley, G.: Nonlinear and Dynamic Programming, Addison-Wesley (1964)
- 53) 畠・荒井 : 土工機械の待合せに関する基礎的考察, 土木学会論文報告集, No. 194, pp. 127-140 (1971)
- 54) 畠・荒井 : 非線型制御理論による輻輳モデルの解析, 土木学会第 25 回年次学術講演会概要集 (4), pp. 67-68 (1970)
- 55) 畠・太田・荒井 : ショベル・ダンプ組合せに関する一考察, 昭和 43 年度土木学会関西支部学術講演会概要 (1968)
- 56) 畑中 : 近代制御理論, 日本機械学会誌, Vol. 72, No. 607, pp. 84-92 (1969)
- 57) Himmelblau, D. M.: Applied Nonlinear Programming, McGraw-Hill (1972)
- 58) 平田・景山・中沢 : 搬土計画 II, 鹿島建設技術研究所年報, Vol. 19, pp. 209-215 (1970)
- 59) 本間 : 待ち行列の理論, 理工学社 (1966)

- 60) Horwitz, L. B., Sarachik, P. E.: Davidon's Method in Hilbert Space, SIAM J. Appl. Math., Vol. 16, No. 4, pp. 676-695 (1968)
- 61) Hwang, C. L., Fan, L. T.: The Application of the Maximum Principle to Industrial and Management Systems, J. Ind. Eng., Vol. 17, No. 11, pp. 589-593 (1966)
- 62) Hwang, C. L., Fan, L. T. and Erickson, L. E.: Optimum Production Planning by the Maximum Principle, Manage. Sci., Vol. 13, No. 9, pp. 751-755 (1967)
- 63) 市川：システム理論と最適制御，朝倉書店（1970）
- 64) 市川：最適制御；特にその計算アルゴリズム，計測と制御，Vol. 9, No. 2, pp. 112-118 (1970)
- 65) 市川：最適制御の計算アルゴリズム，日本機械学会誌，Vol. 74, No. 631, pp. 1026-1035 (1971)
- 66) 市川：最適制御のシンセシスと計算，計測と制御，Vol. 10, No. 6, pp. 22-31 (1971)
- 67) 市川：機械技術者のための最適制御入門，日本機械学会（1972）
- 68) 市川・田村：こう配法による最適制御問題の解法，計測と制御，Vol. 8, No. 11, pp. 761-771 (1969)
- 69) 市川・田村：最短時間制御問題の解法(Ⅰ)，計測と制御，Vol. 12, No. 5, pp. 409-422 (1973)
- 70) 伊丹：機械化施工の計画と管理，山海堂（1962）
- 71) 伊藤：確率論，岩波書店（1953）
- 72) Jacobs Associates Estimating System; Program Description and Operations Manual, Jacobs Associates, San Francisco, California (1969)
- 73) Johansen, D. E.: Convergence Properties of the Method of Gradient, Advan. Control Syst., Vol. 3, pp. 279-316 (1966)
- 74) Karreman, H. F. ed.: Stochastic Optimization and Control, John Wiley (1968)
- 75) 片岡：数値計算法，東洋経済（1971）
- 76) Kazakov, I. T.: Problems of the Theory of Statistical Linearization and its Applications, Proc. 2nd IFAC Cong., pp. 717-723 (1964)
- 77) Kelley, H. J.: Gradient Theory of Optimal Flight Paths, ARS J., Vol. 30, pp. 947-954 (1960)
- 78) 北川編：適応制御過程Ⅰ，共立出版（1972）
- 79) 北森：最大原理とその計算法，計測と制御，Vol. 8, No. 7, pp. 465-473 (1969)
- 80) 鬼頭：変分法と最適化問題，ダイヤモンド社（1969）

- 81) 工事費積算研究会編：標準積算便覧，鹿島出版会（1970）
- 82) Kowalik, J., Osborne, M. R. (山本他訳)：非線形最適化問題，培風館（1970）
- 83) Kozin, F.: A Survey of Stability of Stochastic Systems, Automatica, Vol. 5, pp. 95-112 (1969)
- 84) 黒田：状態に制限のある制御系の最適制御，システムと制御，Vol. 15, No. 3, pp. 73-79 (1971)
- 85) Kushner, H. J.: Stochastic Stability and Control, Academic Press (1967)
- 86) Lasdon, L. S., Mitter, S. K. and Waren, A. D.: The Conjugate Gradient Method for Optimal Control Problems, IEEE Trans. Autom. Control, Vol. AC-12, No. 2, pp. 132-138 (1967)
- 87) Lasdon, L. S., Waren, A.D. and Rice, R. K.: An Interior Penalty Method for Inequality Constrained Optimal Control Problems, IEEE Trans. Autom. Control, Vol. AC-12, No. 4, pp. 388-395 (1967)
- 88) Lee, E. S.: Optimization by a Gradient Technique, I & EC Fundamentals, Vol. 3, No. 4, pp. 373-380 (1964)
- 89) Lee, E. S.: Optimization of Complex Chemical Plants by a Gradient Technique, AIChE J., Vol. 15, No. 3, pp. 393-400 (1969)
- 90) Lee, E. S., Shaikh, M. A.: Optimal Production Planning by a Gradient Technique I, First Variations, Manage. Sci., Vol. 16, No. 1, pp. 109-117 (1969)
- 91) Lele, M. M., Jacobson, D. H.: A Proof of the Convergence of the Kelley-Bryson Penalty Function Technique for State-Constrained Control Problems, J. Math. Analysis and Applications, Vol. 26, pp. 163-169 (1969)
- 92) Lindley, D. V.: The Theory of Queues with a Single Server, Proc. Cambridge Phil. Soc., Vol. 48, pp. 278-289 (1954)
- 93) Luenberger, D. G.: Convergence Rate of a Penalty-Function Scheme, J. Optimization Theory Appl., Vol. 7, No. 1, pp. 39-51 (1971)
- 94) Magngasarian, O. L. (関根訳)：非線形計画法，培風館（1972）
- 95) 増淵：最適制御入門，オーム社（1964）
- 96) 増淵・嘉納：変分法と最適制御理論，計測と制御，Vol. 9, No. 10, pp. 750-762 (1970)
- 97) 松田・春日井編：生産在庫管理におけるOR技法，培風館（1963）
- 98) McIntyre, J., Paiewonsky, B.: On Optimal Control with Bounded State Variables, Advan. Control Syst., Vol. 5, pp. 389-419 (1967)
- 99) McMillan, C. (前田他訳)：数理計画入門（上・下），東京図書（1972）

- 100) Mehra, R. K., Davis, R. E.: A Generalized Gradient Method for Optimal Control Problems with Inequality Constraints and Singular Arcs, IEEE Trans. Autom. Control, Vol. AC-17, No. 1, pp. 69-79 (1972)
- 101) Mendel, J. M.: A Survey of Learning Control Systems, ISA Trans., Vol. 5, No. 3, pp. 297-303 (1966)
- 102) Meyer, W. L., Shaffer, L. R.: Extending CPM for Multiform Project Time-Cost Curves, Proc. ASCE, J. Construct. Div., Vol. 94, pp. 161-180 (1968)
- 103) Mishkin, E., Brawn, L. (磯部他訳): 適応制御系, コロナ社 (1963)
- 104) 三浦: 適応制御系, 計測と制御, Vol. 9, No. 5, pp. 43-53 (1970)
- 105) 宮沢: 制御問題における1つの一般理論, 経済学論集, Vol. 36, No. 1, pp. 2-16 (1970)
- 106) 宮沢: 情報・決定理論序説, 岩波書店 (1971)
- 107) Morse, Ph. M.: Queues, Inventories and Maintenance, John Wiley (1958)
- 108) Murphy, R. E.: Adaptive Processes in Economic Systems, Academic Press (1965)
- 109) 永山・福永・時枝・庄子・荒井: ロックフィルダム工事における重機工程計画(その2), 鹿島建設技術研究所 (1974)
- 110) 南雲: 非線形制御系の安定論, 日本機械学会誌, Vol. 69, pp. 60-66 (1966)
- 111) 中溝: 確率的最適制御理論, システムと制御, Vol. 16, No. 7, pp. 527-539 (1972)
- 112) 成田: 電力系統の経済運用計算に対する最大原理の適用, 電気学会雑誌, Vol. 85-11, No. 926, pp. 1883-1891 (1965)
- 113) Nelson, R. T.: Labor Assignment as a Dynamic Control Problem, Oper. Res., Vol. 14, pp. 369-376 (1966)
- 114) 日本建設機械化協会編: 現場技術者のための建設機械と施工法, 技報堂 (1966)
- 115) Noton, A. R. M. (菊池訳): 現代制御工学入門, コロナ社 (1967)
- 116) 太田: 掘削工法の合理化に関する基礎的研究, 京都大学修士論文 (1968)
- 117) Okamura, K.: A Simplified Steepest-Ascent Method, Trans. ASME, Vol. 33, pp. 452-454 (1966)
- 118) Pagurek, B., Woodside, C. M.: The Conjugate Gradient Method for Optimal Control Problems with Bounded Control Variables, Automatica, Vol. 4, pp. 337-349 (1968)
- 119) Paiewonsky, B.: Optimal Control; A Review of Theory and Practice, AIAA Journal, Vol. 3, No. 11, pp. 1985-2006 (1965)
- 120) Polak, E.: Computational Methods in Optimization; A Unified Approach, Academic Press (1971)

- 121) Pontryagin, L. S., et al. (関根訳) : 最適過程の数学的理論, 総合図書 (1967)
- 122) Pritsker, A. A. B., Watters, L. J. and Wolfe, P. M.: Multi-Project Scheduling with Limited Resources; A Zero-One Programming Approach, Manage. Sci., Vol. 16, No. 1, pp. 93-108 (1969)
- 123) Pugachev, V. S.: Non-Linear System Theory; Statistical Methods in Automatic Control, Proc. 2nd IFAC Cong., pp. 1-13 (1960)
- 124) Pulver, H. E.: Construction Estimate and Costs, McGraw-Hill (1960)
- 125) Saaty, T. L.: Elements of Queuing Theory with Applications, McGraw-Hill (1961)
- 126) Sage, A. P.: Optimum Systems Control, Prentice-Hall (1968)
- 127) 坂口: 経済分析と動的計画, 東洋経済新報社 (1970)
- 128) 坂和: 最適制御理論, 日本機械学会誌, Vol. 69, No. 569, pp. 67-74 (1966)
- 129) 坂和: 最適システム制御論, 養賢堂 (1971)
- 130) Savas, E. S. (菊池他訳) : プロセス工業における計算機制御, 好学社 (1968)
- 131) 榎木・砂原: 統計学的手法による自動制御理論, オーム社 (1967)
- 132) 榎木・添田・中溝: 統計的自動制御理論, コロナ社 (1966)
- 133) Sawaragi, Y., Sunahara, Y. and Nakamizo, T.: Statistical Decision Theory in Adaptive Control Systems, Academic Press (1967)
- 134) Sawaragi, Y., Yoshikawa, T.: Performance Bounds for Discrete-Time Stochastic Optimal Control Problems, Intern. J. Control, Vol. 10, No. 5, pp. 481-500 (1969)
- 135) 佐山: グラジエント法によるプロセスの最適化, 化学機械技術, 第 21 集, 丸善 pp. 133-157 (1969)
- 136) 佐山・亀山: 状態制約をうける最適制御問題に対するペナルティ法, 第 11 回計測自動制御学会学術講演会予稿集, pp. 305-312 (1972)
- 137) 佐山・大井: こう配法のプロセス最適化への応用, 計測と制御, Vol. 9, No. 10, pp. 725-739 (1970)
- 138) 佐山・大井: 非線形計画法とその応用例, 制御工学, Vol. 11, No. 11, pp. 565-573 (1967)
- 139) 佐山・尾添・亀山: 非線形計画問題に対するペナルティ法, 計測自動制御学会論文集, Vol. 9, No. 1, pp. 100-107 (1973)
- 140) 佐用: 工事管理, 鹿島出版会 (1971)
- 141) Schultz, D. G., Melsa, L. L. (久村訳) : 状態関数と線形制御系, 学献社 (1970)
- 142) Shaffer, L. R., Ritter, J. B. and Meyer, W. L.: The Critical Path Method, McGraw-Hill (1965)

- 143) 志水：システム制御と数理計画法，コロナ社（1970）
- 144) 砂原：確率制御過程論，養賢堂（1971）
- 145) 庄子：現場技術者のためのわかりやすいPERT・CPM，鹿島出版会（1968）
- 146) 庄子・荒井：機械化土工における工程計画管理最適化問題の定式化，土木学会論文報告集，No. 214，pp. 57-70（1973）
- 147) 庄子・荒井：こう配法による機械化土工・工程計画管理の最適化，土木学会論文報告集，No. 215，pp. 61-74（1973）
- 148) 庄子・荒井：共役こう配法による機械化土工・工程計画管理の最適化，土木学会論文報告集，No. 230，pp. 55-67（1974）
- 149) 庄子・荒井：工程計画管理の最適化に関する研究（その1，その2），鹿島建設技術研究所年報，Vol. 21，pp. 723-733（1973），Vol. 22，pp. 131-140（1974）
- 150) 庄子・荒井：共役こう配法による機械化土工・工程計画管理の最適化，土木学会第28回年次学術講演会概要集(4)，pp. 251-252（1973）
- 151) 庄子・荒井：ロックフィルダム工事における重機工程計画，土木学会第29回年次学術講演会概要集(4)，pp. 232-233（1974）
- 152) Sworder, D.: Optimal Adaptive Control Systems, Academic Press (1966)
- 153) Tabak, D., Kuo, B. C.: Optimal Control by Mathematical Programming, Prentice-Hall (1971)
- 154) 高橋：自動制御理論，岩波書店（1954）
- 155) 高橋：システムと制御，岩波書店（1968）
- 156) 高橋：ダイナミックシステム論，科学技術社（1970）
- 157) 高松編：システム工学講座 3.プロセスシステム，日刊工業新聞社（1972）
- 158) 高松・佐山・大井：グラジェント法における1次元探索に関する一考察，制御工学，Vol. 13，No. 9，pp. 596-604（1969）
- 159) 高松・佐山・外池：管型反応装置の最適設計と感度解析，制御工学，Vol. 9，No. 9，pp. 485-492（1965）
- 160) 高松・佐山・外池：グラジェント法による回分式反応プロセスの最適化制御，制御工学，Vol. 11，No. 2，pp. 83-89（1967）
- 161) 田村：問題向きの最適化理論と技術について（DPと最大原理），電気学会雑誌，Vol. 87-9，No. 948，pp. 1681-1689（1967）
- 162) Tou, J. T.（中村他訳）：現代制御理論，コロナ社（1966）
- 163) Tou, J. T.: Optimum Design of Digital Control Systems, Academic Press (1963)
- 164) Tou, J. T., Joseph, P. D.: Modern Synthesis of Computer Control Systems, IEEE Trans. Appl. Ind., Vol. 82，pp. 61-65（1963）

- 165) Tracz, G. S.: A Selected Bibliography on the Application of Optimal Control Theory to Economic and Business Systems, Management Science, and Operations Research, Oper. Res., Vol. 16, pp. 174-185 (1968)
- 166) 辻：最適制御概論，養賢堂（1967）
- 167) Tsypkin, Y. Z., Nikolic, Z. J.: Adaptation and Learning in Automatic Systems, Academic Press (1971)
- 168) Wielde, D. J.: Optimum Seeking Methods, Prentice-Hall (1964)
- 169) Wiest, J. D.: Some Properties of Scheduling for Large Projects with Limited Resources, Oper. Res., Vol. 12, pp. 395-418 (1964)
- 170) Willoughby, J. K., Pierson, B. L.: A Constraint-Space Conjugate Gradient Method for Function Minimization and Optimal Control Problems, Intern. J. Control, Vol. 14, No. 6, pp. 1121-1135 (1971)
- 171) Wismer, D. A., ed.: Optimization Methods for Large-Scale Systems, McGraw-Hill (1971)
- 172) 山下・保志：デジタルプロセス制御，コロナ社（1969）
- 173) 吉川：離散時間型確率系の最適制御，システムと制御，Vol. 16, No. 1, pp. 12-24 (1972)
- 174) 吉川：最適化手法，土木学会誌，Vol. 57-6, pp. 77-86 (1972)
- 175) 吉川・春名：施工計画における最適ネットワーク作成法に関する一考察，土木学会論文報告集，No. 182, pp. 41-58 (1970)
- 176) Zadeh, L. A., Desoer, C. A.（関根他訳）：線形系の理論，コロナ社（1971）
- 177) Zangwill, W. I.: A Deterministic Multiproduct, Multifacility Production and Inventory Model, Oper. Res., Vol. 14, pp. 486-507 (1966)